

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ศึกษาตำรา เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง เพื่อใช้เป็นพื้นฐานในการศึกษา โดยนำเสนอตามลำดับหัวข้อต่อไปนี้

1. หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
 - 1.1 ความหมายและความสำคัญของคณิตศาสตร์
 - 1.2 ธรรมชาติและโครงสร้างคณิตศาสตร์
 - 1.3 วิสัยทัศน์
 - 1.4 หลักการสอนคณิตศาสตร์
 - 1.5 สมรรถนะสำคัญของนักเรียน
 - 1.6 คุณภาพของนักเรียนเมื่อจบการศึกษากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
 - 1.7 สาระและมาตรฐานการเรียนรู้คณิตศาสตร์
2. บริบทของโรงเรียนบ้านบัวราษฎร์บำรุง
 - 2.1 ข้อมูลทั่วไป
 - 2.1.1 ข้อมูลโรงเรียน
 - 2.1.2 วิสัยทัศน์
 - 2.1.3 พันธกิจ
 - 2.1.4 เป้าประสงค์
 - 2.2 ข้อมูลนักเรียน
 - 2.3 ข้อมูลบุคลากร
 - 2.4 โครงสร้างหลักสูตร
 - 2.5 ผลการวิเคราะห์สภาพปัญหาเกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอนของโรงเรียนบ้านบัวราษฎร์บำรุง

2.6 ผลการวิเคราะห์สภาพปัญหาเกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอน
ของกลุ่มสาระคณิตศาสตร์

3. โปรแกรมเดอะจีโอมิเตอร์สเก็ตซ์แพด

3.1 ประวัติความเป็นมาของโปรแกรมเดอะจีโอมิเตอร์สเก็ตซ์แพด

3.2 ความสามารถของโปรแกรมเดอะจีโอมิเตอร์สเก็ตซ์แพด

3.3 ความสำคัญของโปรแกรมเดอะจีโอมิเตอร์สเก็ตซ์แพด

3.4 การสอนคณิตศาสตร์โดยใช้โปรแกรมเดอะจีโอมิเตอร์สเก็ตซ์แพด

3.5 การจัดประสบการณ์การเรียนรู้โดยใช้โปรแกรมเดอะจีโอมิเตอร์

สเก็ตซ์แพด

4. มโนทัศน์ทางเรขาคณิต

4.1 ความหมายของมโนทัศน์ทางเรขาคณิต

4.2 ความสำคัญของมโนทัศน์ทางเรขาคณิต

4.3 ประเภทของมโนทัศน์ทางเรขาคณิต

4.4 การเรียนรู้มโนทัศน์และการสอนมโนทัศน์ทางเรขาคณิต

5. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์

5.1 การจัดการเรียนรู้

5.2 การวัดผลประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์

5.3 บทบาทหน้าที่ของครูผู้สอนคณิตศาสตร์

5.4 การเรียนการสอนเรขาคณิต

6. เนื้อหาเกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิต ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ของ

สสวท. กระทรวงศึกษาธิการ

7. ความพึงพอใจ

7.1 ความหมายของความพึงพอใจ

7.2 แนวคิดทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับความพึงพอใจ

7.3 การวัดความพึงพอใจ

8. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

8.1 งานวิจัยในประเทศ

8.2 งานวิจัยต่างประเทศ

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

1. ความหมายและความสำคัญของคณิตศาสตร์

คณิตศาสตร์ตามพจนานุกรม ฉบับราชบัณฑิตยสถาน พ.ศ. 2542 ได้ให้ความหมายว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ว่าด้วยการคำนวณ (ราชบัณฑิตยสถาน, 2546, หน้า 214) คณิตศาสตร์เป็นคำที่แปลมาจาก Mathematics หมายถึง สิ่งที่เรียนรู้ หรือ ความรู้ เมื่อพูดถึงคำว่า คณิตศาสตร์ คนทั่วไปจะเข้าใจว่าเป็นเรื่องราวเกี่ยวกับตัวเลข เป็นศาสตร์ของการคิดคำนวณและการวัด มีการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เป็นภาษาสากล เพื่อให้สื่อความหมายเข้าใจได้ (มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช, 2543, หน้า 5) สอดคล้องกับพจนานุกรม Webster New World Dictionary of the American Language ให้คำนิยามไว้ว่า คณิตศาสตร์หมายถึง กลุ่มของวิชาต่างๆ ได้แก่ เลขคณิต เรขาคณิต พีชคณิต แคลลูลัส ฯลฯ ซึ่งเกี่ยวกับปริมาณ (Quantities) ขนาด (Sizes) รูปร่าง (Forms) และความสัมพันธ์ของกันและกัน (Relations) โดยการใช้จำนวน (Numbers) และสัญลักษณ์ (Symbols) เป็นเครื่องช่วย (บัญญัติ, 2547, หน้า 9 อ้างอิงจาก Neufeldt, sd. Webster New World Dictionary of the American Language, 1980, p. 1110) นอกจากนี้ความหมายที่กล่าวมาแล้ว ยูพิน พิพิธกุล (2539, หน้า 7) ยังกล่าวถึงความหมายของคณิตศาสตร์ว่า มิได้หมายถึงตัวเลขและสัญลักษณ์เท่านั้น คณิตศาสตร์ มีความหมายกว้างมาก พอสรุปได้ดังนี้

1. คณิตศาสตร์เป็นวิชาเกี่ยวกับการคิด มีลักษณะเป็นนามธรรม ช่วยให้เราคิดเป็น แก้ปัญหาเป็น มีเหตุผล มีไหวพริบ ใฝ่รู้ ตลอดจนพยายามคิดค้นสิ่งแปลกใหม่ เราใช้คณิตศาสตร์พิสูจน์อย่างมีเหตุผลว่าสิ่งที่เราคิดนั้นเป็นจริงหรือไม่ ด้วยเหตุนี้เราจึงนำคณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหาวิทยาศาสตร์เทคโนโลยีและอุตสาหกรรมต่างๆ

2. คณิตศาสตร์เป็นภาษาอย่างหนึ่ง คณิตศาสตร์มีภาษาเฉพาะตัวของมันเอง เป็นภาษาที่กำหนดขึ้นด้วยสัญลักษณ์ที่รัดกุม ตัวเลขและสัญลักษณ์แทนความคิด

3. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีโครงสร้าง มีเหตุผล จะเห็นว่าคณิตศาสตร์นั้น จะเริ่มต้นด้วยเรื่องที่ย่างๆ และอธิบายข้อคิดต่างๆ ที่สำคัญด้วยคำอธิบาย เช่น จุด เส้นตรง ระนาบ เรื่องอันเป็นพื้นฐานเหล่านี้จะนำไปสู่เรื่องอื่นต่อไป

จากที่กล่าวมาแล้ว เราอาจจะประมวลความหมายของคณิตศาสตร์ได้ว่า คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ว่าด้วยการคำนวณ มีลักษณะเป็นนามธรรม มีวิธีการและหลักการที่แน่นอนเพื่อช่วยแก้ปัญหาต่างๆ ได้โดยใช้ตัวเลขและสัญลักษณ์แทนความคิด เป็นภาษาศาสตร์ เพื่อให้การสื่อความหมายและเข้าใจได้ ช่วยให้คิดเป็น แก้ปัญหาเป็น และมีเหตุผล

บุญทัน อยู่ชมบุญ (2529, หน้า 2) ได้ให้ความหมายของคณิตศาสตร์ไว้ว่า

1. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีแบบแผน การคิดในทางคณิตศาสตร์นั้นต้องคิดในแบบแผน มีรูปแบบ ไม่ว่าจะคิดเรื่องใดก็ตาม ทุกขั้นตอนจะตอบได้และจำแนกออกมาให้เห็นจริงได้

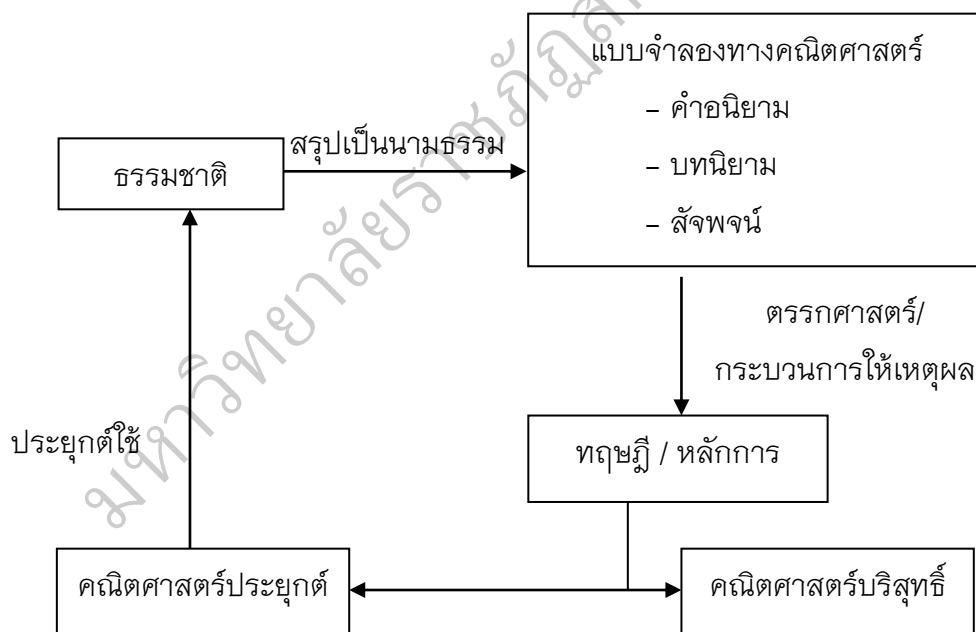
2. คณิตศาสตร์เป็นศิลปะอย่างหนึ่ง เช่นเดียวกับศิลปะอื่นๆ ความงามของคณิตศาสตร์ คือ ความมีระเบียบและความกลมกลืน นักคณิตศาสตร์ได้พยายามแสดงความคิดสร้างสรรค์จินตนาการ ความคิดริเริ่มในการแสดงสิ่งใหม่ๆ โครงสร้างใหม่ๆ ทางคณิตศาสตร์ออกมา อย่างไรก็ตาม คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ ระเบียบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วน รอบคอบ ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา ได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการศึกษาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ตลอดจนจนศาสตร์อื่นๆ ที่เกี่ยวข้อง คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำรงชีวิตและพัฒนาคุณภาพชีวิต มีความสมดุลทั้งทางร่างกาย จิตใจ สติปัญญาและอารมณ์ สามารถคิดเป็น ทำเป็น แก้ปัญหาเป็นและสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข

จากความสำคัญของคณิตศาสตร์ที่กล่าวมาพอสรุปได้ว่า คณิตศาสตร์มีความสำคัญช่วยให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ สามารถวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้ วางแผน ตัดสินใจและแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องเหมาะสมและช่วยพัฒนาคนให้เป็นมนุษย์ที่สมบูรณ์ มีความสมดุลทั้งทางร่างกาย จิตใจ สติปัญญาและอารมณ์

2. ธรรมชาติและโครงสร้างคณิตศาสตร์

คณิตศาสตร์ระยะแรกๆ เกิดขึ้นและพัฒนาจากความจำเป็นในด้านการนำไปใช้ประโยชน์ในการดำรงชีวิตของมนุษย์อย่างแท้จริง เช่น ความจำเป็นในการใช้คณิตศาสตร์เพื่อขุดร่องน้ำ ทำฝาย สร้างทำนบ แบ่งที่ดิน สำหรับการเพาะปลูก การสร้าง

มาตรา ชั่ง ตวง วัด เพื่อให้สำหรับเก็บเกี่ยวพืชพันธุ์ธัญญาหาร เป็นต้น นักคณิตศาสตร์ เริ่มต้นศึกษาค้นคว้าจากสิ่งที่น่าสนใจในธรรมชาติ แล้วเรียบเรียงความคิดว่าสิ่งนั้น นำมาสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ อันประกอบด้วย อนิยาม นิยามและสัจพจน์ จากนั้นจึงใช้ตรรกศาสตร์สรุปผลจากแบบจำลองเป็นกฎหรือทฤษฎี แล้วนำกฎหรือทฤษฎีนี้ไปประยุกต์ใช้ในธรรมชาติต่อไป คณิตศาสตร์ที่เกิดขึ้นในลักษณะนี้เรียกว่า คณิตศาสตร์ประยุกต์ (Applied Mathematics) ในบางครั้งนักคณิตศาสตร์ไม่ได้คำนึงถึงธรรมชาติ แต่สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ขึ้นมาเอง แล้วค้นหากฎหรือทฤษฎีจากแบบจำลองนี้ โดยนักคณิตศาสตร์มิได้มุ่งนำทฤษฎีดังกล่าวไปประยุกต์ใช้ในธรรมชาติแต่อย่างใด ถ้าสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในธรรมชาติได้ ถือว่าเพียงผลพลอยได้เท่านั้น คณิตศาสตร์ที่เกิดขึ้นในลักษณะนี้เรียกว่าคณิตศาสตร์บริสุทธิ์ (Pure Mathematics) ซึ่งสามารถแสดงโครงสร้างคณิตศาสตร์ได้ดังนี้ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2550, หน้า 1-2)



ภาพประกอบ 2 โครงสร้างคณิตศาสตร์

ที่มา : (กระทรวงศึกษาธิการ, 2550, หน้า 2)

จากที่กล่าวมาแล้ว เราอาจพอสรุปได้ว่า ธรรมชาติและโครงสร้างคณิตศาสตร์เป็นการนำสิ่งที่น่าสนใจในธรรมชาติมาสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์แล้วสรุปเป็นกฎหรือทฤษฎีซึ่งอาจจะนำมาประยุกต์ใช้ในธรรมชาติหรือมิได้มุ่งที่จะนำมาใช้ในธรรมชาติแต่อย่างใด

3. วิสัยทัศน์

การศึกษาคณิตศาสตร์สำหรับหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 เป็นการศึกษาเพื่อปวงชนที่เปิดโอกาสให้เยาวชนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่องและตลอดชีวิตตามศักยภาพ ทั้งนี้เพื่อให้เยาวชนเป็นผู้ที่มีความรู้ความสามารถทางคณิตศาสตร์ที่พอเพียงสามารถนำความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นไปพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดียิ่งขึ้นรวมทั้งสามารถนำไปเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้สิ่งต่างๆ และเป็นพื้นฐานสำหรับการศึกษาต่อไป ดังนั้นจึงเป็นความรับผิดชอบของทางโรงเรียน ซึ่งเป็นสถานศึกษาที่ต้องจัดสรรการเรียนรู้ที่เหมาะสมต่อนักเรียนแต่ละคน ทั้งนี้เพื่อให้บรรลุตามมาตรฐานการเรียนรู้ที่กำหนดไว้

สำหรับนักเรียนที่มีความสามารถทางคณิตศาสตร์และต้องการเรียนรู้อคณิตศาสตร์มากขึ้นถือเป็นหน้าที่ของทางโรงเรียน ที่จะต้องจัดโปรแกรมการเรียนการสอนให้แก่นักเรียน เพื่อให้นักเรียนได้มีโอกาสเรียนรู้อคณิตศาสตร์เพิ่มเติมตามความสมัครและความสนใจ ทั้งนี้เพื่อให้นักเรียนมีความรู้ที่ทัดเทียมกับนานาชาติอารยประเทศ

4. หลักการสอนคณิตศาสตร์

ยุพิน พิพิธกุล (2530, หน้า 48-50) เสนอแนวคิดเกี่ยวกับปรัชญาทางการสอนคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. ควรสอนให้นักเรียนคิดเองและค้นพบความรู้ด้วยตนเอง ผู้สอนเป็นเพียงผู้แนะไม่ใช่บอก
2. ควรสอนโดยยึดโครงสร้างมีระบบระเบียบ ควรใช้วิธีการสอนหลายๆ วิธีมีการยืดหยุ่นให้เหมาะสมตามเนื้อหา
3. ไม่มุ่งเสนอแต่เนื้อหาคณิตศาสตร์แต่อย่างเดียว ควรสอดแทรกจริยธรรมฝึกความมีระเบียบ และความมีเหตุผลด้วยและได้สรุปหลักการสอนคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

3.1 ควรสอนจากเรื่องง่ายไปสู่ยาก เช่น การยกตัวอย่าง อาจจะยกเป็นตัวเล่ง่ายๆ แล้วก็ไปสู่สัญลักษณ์

3.2 เปลี่ยนจากรูปธรรมไปสู่นามธรรม ในเรื่องที่สามารถใช้สื่อการเรียนการสอนรูปธรรมประกอบได้

3.3 สอนให้สัมพันธ์ความคิด

กรมวิชาการ (2545, หน้า 191) ได้ให้แนวคิดพื้นฐานของการจัดการเรียนรู้
 คณิตศาสตร์และสรุปแบบการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยสรุปหลักการจัดการเรียนรู้
 คณิตศาสตร์ที่เน้นนักเรียนเป็นสำคัญคือ

1. การเปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิดและแก้ปัญหาด้วยตัวเอง ได้ศึกษาค้นคว้า
 จากสื่อและเทคโนโลยีต่างๆ โดยอิสระ

2. จัดเนื้อหาสาระและกิจกรรมให้กับความสนใจและความถนัดของนักเรียน
 โดยคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล

3. ผู้สอนทำหน้าที่เป็นที่ปรึกษา ให้คำแนะนำและชี้แนะในข้อบกพร่อง
 ของนักเรียนรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่ผู้สอนสามารถนำไปจัดให้เหมาะสมกับเนื้อหา
 และเวลาของนักเรียนมีดังนี้

3.1 การเรียนรู้จากการปฏิบัติจริง นักเรียนดำเนินการทดลองตาม
 กิจกรรมที่ผู้สอนกำหนดให้ เป็นการฝึกโอกาสให้นักเรียนได้ฝึกเหตุผล อ่างข้อเท็จจริง
 ตลอดจนได้ฝึกทักษะในการแก้ปัญหา

3.2 การเรียนรู้จากการใช้คำถามประกอบการอธิบายและแสดงเหตุผลมี
 ความจำเป็นในเรียนรู้คณิตศาสตร์ เพราะธรรมชาติของวิชาคณิตศาสตร์ต้องอาศัย
 คำนิยาม บทนิยาม ลัทธิพจน์ ทฤษฎีบทต่างๆ เป็นพื้นฐานในการเรียนรู้

3.3 การเรียนรู้จากการศึกษาค้นคว้า เป็นการเรียนรู้ที่เปิดโอกาสให้
 นักเรียนได้เรียนรู้ในเรื่องที่สนใจจากแหล่งความรู้ต่างๆ โดยอิสระ เช่นสื่อเทคโนโลยี หรือ
 จากการทำโครงการ

3.4 การเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ ผู้สอนควรจัดสถานการณ์
 ที่เป็นปัญหานักเรียนเกิดความสงสัยและเรียนรู้สังเกตจนพบ โดยผู้สอนจะต้องตั้งคำถาม
 อย่างต่อเนื่อง

สมนึก ภัททิยธนี (2547, หน้า 21) ได้เสนอแนะการสอนคณิตศาสตร์ที่
 นักเรียนเกิดความคิดรวบยอดในเรื่องที่สอน ควรมีการสอนที่สำคัญนี้ประกอบ
 การจัดกิจกรรม คือ

1. การสอนแบบอุปมาน (Inductive) เป็นการสอนที่ครูอาศัย
 การยกตัวอย่างอธิบายให้เห็นชิ้นส่วนย่อยๆ แล้วสุดท้ายสรุปเป็นหลักการ ซึ่งเหมาะกับ
 นักเรียนเก่ง ชยันและเอาใจใส่

2. การสอนแบบอนุมาน (Deductive) คือการสอนที่ครูสรุปหรือให้หลักการในเนื้อหาสาระก่อนแล้วจึงยกตัวอย่างหรือมาพิสูจน์ให้ดูภายหลัง เช่น รูปสามเหลี่ยมทุกรูปมุมภายในรวมกันต้องมีขนาด 180 องศาเสมอ จากนั้นจึงทำการพิสูจน์ให้เห็นจริง

จากที่กล่าวมาสรุปได้ว่า การสอนควรสอนให้นักเรียนคิดเองและค้นพบความรู้ด้วยตนเองโดยสอนจากสิ่งที่เป็นรูปธรรมไปสู่นามธรรม เปิดโอกาสให้นักเรียนได้เรียนรู้จากสื่อและเทคโนโลยีต่างๆ ประกอบการตั้งคำถามอย่างต่อเนื่องเพื่อให้ค้นพบความรู้ให้นักเรียนเกิดความเข้าใจในเหตุผลก่อนแล้วจึงฝึกความสามารถด้านการคำนวณและคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล

5. สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานมุ่งให้ผู้เรียนเกิดสมรรถนะสำคัญ 5 ประการ ดังนี้

1. ความสามารถในการสื่อสาร เป็นความสามารถในการรับและส่งสาร มีวัฒนธรรมในการใช้ภาษาถ่ายทอดความคิด ความรู้ความเข้าใจ ความรู้สึก และทัศนะของตนเอง เพื่อแลกเปลี่ยนข้อมูลข่าวสารและประสบการณ์อันจะเป็นประโยชน์ต่อการพัฒนาตนเอง และสังคม รวมทั้งการเจรจาต่อรองเพื่อขจัดและลดปัญหาความขัดแย้งต่างๆ การเลือกรับ หรือไม่รับข้อมูลข่าวสารด้วยหลักเหตุผลและความถูกต้อง ตลอดจนการเลือกใช้ วิธีการสื่อสาร ที่มีประสิทธิภาพโดยคำนึงถึงผลกระทบที่มีต่อตนเองและสังคม

2. ความสามารถในการคิด เป็นความสามารถในการคิดวิเคราะห์ การคิดสังเคราะห์ การคิดอย่างสร้างสรรค์ การคิดอย่างมีวิจารณญาณ และการคิดเป็นระบบ เพื่อนำไปสู่การสร้างองค์ความรู้หรือสารสนเทศเพื่อการตัดสินใจเกี่ยวกับตนเองและสังคมได้อย่างเหมาะสม

3. ความสามารถในการแก้ปัญหา เป็นความสามารถในการแก้ปัญหาและอุปสรรคต่างๆ ที่เผชิญได้อย่างถูกต้องเหมาะสมบนพื้นฐานของหลักเหตุผล คุณธรรม และข้อมูลสารสนเทศ เข้าใจความสัมพันธ์และการเปลี่ยนแปลงของเหตุการณ์ต่างๆ ในสังคม แสวงหาความรู้ ประยุกต์ความรู้มาใช้ในการป้องกันและแก้ไขปัญหา และมีการตัดสินใจที่มีประสิทธิภาพ โดยคำนึงถึงผลกระทบที่เกิดขึ้นต่อตนเอง สังคมและสิ่งแวดล้อม

4. ความสามารถในการใช้ทักษะชีวิต เป็นความสามารถในการนำกระบวนการต่างๆ ไปใช้ในการดำเนินชีวิตประจำวัน การเรียนรู้ด้วยตนเอง การเรียนรู้อย่างต่อเนื่อง การทำงาน และการอยู่ร่วมกันในสังคมด้วยการสร้างเสริมความสัมพันธ์

อันดีระหว่างบุคคล การจัดการปัญหาและความขัดแย้งต่างๆ อย่างเหมาะสม การปรับตัวให้ทันกับการเปลี่ยนแปลง ของสังคมและสภาพแวดล้อม และการรู้จักหลีกเลี่ยงพฤติกรรมไม่พึงประสงค์ที่ส่งผลกระทบต่อตนเองและผู้อื่น

5. ความสามารถในการใช้เทคโนโลยี เป็นความสามารถในการเลือก และใช้เทคโนโลยีด้านต่างๆ และมีทักษะกระบวนการทางเทคโนโลยีเพื่อการพัฒนาตนเองและสังคม ในด้านการเรียนรู้ การสื่อสาร การทำงาน การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ถูกต้องเหมาะสม และมีคุณธรรม

จากที่กล่าวมาข้างต้น พอสรุปได้ว่า การมุ่งเน้นพัฒนานักเรียนให้มีคุณภาพตามมาตรฐานที่กำหนดจะช่วยให้เด็กเกิดสมรรถนะสำคัญในการสื่อสาร การคิด การแก้ปัญหา การใช้ทักษะชีวิตและการใช้เทคโนโลยีเพื่อการพัฒนาตนเองและสังคม

6. คุณภาพของผู้เรียนเมื่อจบการศึกษากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

เมื่อนักเรียนจบการศึกษาขั้นพื้นฐาน 12 ปีแล้ว นักเรียนจะต้องมีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาสาระคณิตศาสตร์ มีทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ ตระหนักในคุณค่าของคณิตศาสตร์ และสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปพัฒนาคุณภาพชีวิต ตลอดจนสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้สิ่งต่างๆ และเป็นพื้นฐานในการศึกษาในระดับที่สูงขึ้น การที่นักเรียนจะเกิดการเรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างมีคุณภาพนั้น จะต้องมีความสมดุลระหว่างสาระทางด้านความรู้ ทักษะกระบวนการ ควบคู่ไปกับคุณธรรม จริยธรรม และค่านิยม ดังนี้

1. มีความรู้ความเข้าใจในคณิตศาสตร์พื้นฐานเกี่ยวกับจำนวนและการดำเนินการ การวัด เรขาคณิต พีชคณิต การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น พร้อมทั้งสามารถนำความรู้นั้นไปประยุกต์ได้

2. มีทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็น ได้แก่ความสามารถในการแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลาย การให้เหตุผล การสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ

3. มีความสามารถในการทำงานอย่างเป็นระบบ มีระเบียบวินัย มีความรอบคอบ มีความรับผิดชอบมีวิจารณญาณ มีความเชื่อมั่นในตนเอง พร้อมทั้งตระหนักในคุณค่าและมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2545, หน้า 2-3)

7. สารและมาตรฐานการเรียนรู้คณิตศาสตร์

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เปิดโอกาสให้เยาวชนทุกคนได้เรียนรู้อคณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่องตามศักยภาพ โดยกำหนดสาระหลักที่จำเป็นสำหรับนักเรียนทุกคน ดังนี้

สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ

มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง

มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างการดำเนินการต่างๆ และใช้การดำเนินการในการแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 1.3 ใช้การประมาณค่าในการคำนวณและแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 1.4 เข้าใจระบบจำนวนและนำเสนอบัติเกี่ยวกับจำนวนไปใช้

สาระที่ 2 การวัด

มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด

มาตรฐาน ค 2.2 แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด

สาระที่ 3 เรขาคณิต

มาตรฐาน ค 3.1 อธิบายและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

มาตรฐาน ค 3.2 ใช้การนึ่งภาพ (visualization) ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (spatial reasoning) และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต (geometric model) ในการแก้ปัญหา

สาระที่ 4 พีชคณิต

มาตรฐาน ค 4.1 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป (pattern) ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน

มาตรฐาน ค 4.2 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (mathematical model) อื่นๆ แทนสถานการณ์ต่างๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหา

สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น

มาตรฐาน ค 5.1 เข้าใจและใช้วิธีการทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูล

มาตรฐาน ค 5.2 ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล

มาตรฐาน ค 5.3 ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นช่วยในการตัดสินใจและแก้ปัญหา

สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

จากการศึกษาความสำคัญของคณิตศาสตร์ สาระ มาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด สาระการเรียนรู้แกนกลาง สรุปได้ว่า วิชาคณิตศาสตร์มีความสำคัญในด้านการพัฒนาผู้เรียนให้เป็นผู้มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ช่วยฝึกให้คนมีความคิดรอบคอบ มีเหตุผล สามารถวิเคราะห์ปัญหาและแก้ปัญหาได้ดีอีกทั้งคณิตศาสตร์ยังสามารถใช้วัดอธิบายวิเคราะห์เรขาคณิตสองมิติ สามมิติ ใช้การนิยาม ใช้เหตุผล สามารถทำให้ตัดสินใจและแก้ปัญหาได้

บริบทของโรงเรียนบ้านบัวราษฎร์บำรุง

โรงเรียนบ้านบัวราษฎร์บำรุง (แผนยุทธศาสตร์การบริหารสถานศึกษา, 2556, หน้า 5-6) กล่าวถึงบริบทของสถานศึกษา ในปีการศึกษา 2557 ดังนี้

1. ข้อมูลทั่วไป

1.1 ข้อมูลโรงเรียน

โรงเรียนบ้านบัวราษฎร์บำรุง สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษา มัธยมศึกษา เขต 23 เป็นโรงเรียนประจำตำบลขนาดเล็ก เลขที่ตั้ง 194 บ้านบัวใหญ่ หมู่ที่ 3 ตำบลสว่าง อำเภอบรรณานิคม จังหวัดสกลนคร เมื่อวันที่ 20 ธันวาคม พุทธศักราช 2521 มีพื้นที่ทั้งหมด 52 ไร่ สัญลักษณ์คือ รูปดอกบัว สีประจำโรงเรียนคือ สีขาว – เขียว อักษรย่อคือ บ.ร. ปรัชญาคือ สุวิชาโน ภว โหติ (ผู้รู้ดี คือผู้เจริญ) คำขวัญคือ ความรู้ดี มีวินัย ใฝ่คุณธรรม นำสังคม ในปัจจุบันโรงเรียนบ้านบัวได้จัดการศึกษาให้กับนักเรียนในระดับช่วงชั้นที่ 2 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1-3) และระดับช่วงชั้นที่ 3 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6) โดยได้จัดทำหลักสูตรสถานศึกษาตามกรอบหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ในปีการศึกษา 2554 โรงเรียนได้ผ่านการประเมินคุณภาพทางการศึกษา

(องค์การมหาชน) และได้รับการประเมินเป็นโรงเรียนในโครงการหนึ่งอำเภอหนึ่งโรงเรียน
ในฝันรุ่นที่ 2

1.2 วิสัยทัศน์

พัฒนาคนให้มีระเบียบ เพียบพร้อมพัฒนางาน ประสานภูมิปัญญาชุมชน

1.3 พันธกิจ

1.3.1 พัฒนาและส่งเสริมให้มีคุณธรรม จริยธรรมที่พึงประสงค์

1.3.2 พัฒนาและส่งเสริมการใช้เทคโนโลยีในการจัดการเรียน

การสอน

1.3.3 พัฒนาและส่งเสริมผู้เรียนสู่ความเป็นเลิศทางวิชาการ

1.3.4 พัฒนาระบบบริหารและการจัดการในสถานศึกษาให้มี

ประสิทธิภาพ

1.3.5 ส่งเสริมการจัดการศึกษาและจัดทำหลักสูตรท้องถิ่น

1.3.6 พัฒนาสิ่งแวดล้อมและแหล่งเรียนรู้ให้เอื้อต่อการเรียนรู้ของ

ผู้เรียน

1.3.7 ส่งเสริมและพัฒนาผู้เรียน โดยจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็น

สำคัญ

1.3.8 พัฒนาระบบการประกันคุณภาพการศึกษาของโรงเรียนให้ได้

ตามมาตรฐานการศึกษาแห่งชาติ

1.4 เป้าประสงค์

ผู้เรียนสามารถพัฒนาตนเองให้มีคุณภาพตามมาตรฐานการศึกษา
มีคุณธรรม จริยธรรม ดำรงชีวิตในสังคมได้อย่างมีความสุข

2. ข้อมูลนักเรียน

ปีการศึกษา 2558 โรงเรียนบ้านบัวราษฎร์บำรุง มีจำนวนนักเรียนทั้งหมด
345 คน มีห้องเรียนทั้งหมด 13 ห้องเรียน โดยเปิดสอนตั้งแต่ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1-6

3. ข้อมูลบุคลากร

ปีการศึกษา 2558 โรงเรียนบ้านบัวราษฎร์บำรุง มีจำนวนบุคลากรทั้งหมด
29 คน ดังนี้

ผู้อำนวยการโรงเรียน	นายสาทิน ไชยรา
ครูกลุ่มสาระการเรียนรู้ภาษาไทย	จำนวน 3 คน
ครูกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	จำนวน 4 คน
ครูกลุ่มสาระการเรียนรู้วิทยาศาสตร์	จำนวน 3 คน
ครูกลุ่มสาระการเรียนรู้สังคมศึกษา ศาสนาและวัฒนธรรม	จำนวน 3 คน
ครูกลุ่มสาระการเรียนรู้สุขศึกษาและพลศึกษา	จำนวน 2 คน
ครูกลุ่มสาระการเรียนรู้ศิลปะ ดนตรีและนาฏศิลป์	จำนวน 1 คน
ครูกลุ่มสาระการเรียนรู้การงานอาชีพและเทคโนโลยี	จำนวน 4 คน
ครูกลุ่มสาระการเรียนรู้ภาษาต่างประเทศ	จำนวน 3 คน
พนักงานราชการ	จำนวน 1 คน
ครูอัตราจ้าง	จำนวน 1 คน
นักการภารโรง	จำนวน 2 คน
ลูกจ้างชั่วคราว	จำนวน 1 คน

4. โครงสร้างหลักสูตร

โรงเรียนบ้านบัวราษฎร์บำรุง จัดการเรียนการสอนตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 โดยโรงเรียนได้จัดสัดส่วนสาระการเรียนรู้และเวลาเรียนของนักเรียนระดับช่วงชั้นที่ 2 (มัธยมศึกษาปีที่ 1-3) และระดับช่วงชั้นที่ 3 (มัธยมศึกษาปีที่ 4-6) ดังตาราง 1-2

ตาราง 1 โครงสร้างเวลาเรียนของนักเรียนระดับช่วงชั้นที่ 2 (มัธยมศึกษาปีที่ 1-3)

กลุ่มสาระการเรียนรู้	เวลาเรียน (ชั่วโมง/ปี)					
	มัธยมศึกษาปีที่ 1		มัธยมศึกษาปีที่ 2		มัธยมศึกษาปีที่ 3	
	เทอม 1	เทอม 2	เทอม 1	เทอม 2	เทอม 1	เทอม 2
รายวิชาพื้นฐาน						
ภาษาไทย	60	60	60	60	60	60
คณิตศาสตร์	60	60	60	60	60	60
วิทยาศาสตร์	60	60	60	60	60	60
สังคม ศาสนาและฯ	80	80	80	80	80	80
สุขศึกษาและฯ	40	40	40	40	40	40
ศิลปดนตรีและฯ	40	40	40	40	40	40
การงานอาชีพและฯ	40	40	40	40	40	40
ภาษาต่างประเทศ	60	60	60	60	60	60
รวมวิชาพื้นฐาน	440	440	440	440	440	440
รายวิชาเพิ่มเติม						
ภาษาไทย	20	20	20	20	20	20
คณิตศาสตร์	20	20	20	20	20	20
วิทยาศาสตร์	20	20	20	20	20	20
สังคม ศาสนาและฯ	-	-	-	-	-	-
สุขศึกษาและฯ	-	-	-	-	-	-

ตาราง 1 (ต่อ)

กลุ่มสาระการเรียนรู้	เวลาเรียน (ชั่วโมง/ปี)					
	มัธยมศึกษาปีที่ 1		มัธยมศึกษาปีที่ 2		มัธยมศึกษาปีที่ 3	
	เทอม 1	เทอม 2	เทอม 1	เทอม 2	เทอม 1	เทอม 2
รายวิชาพื้นฐาน						
ศิลปดนตรีและฯ	-	-	-	-	-	-
การงานอาชีพและฯ	20	20	20	20	20	20
ภาษาต่างประเทศ	20	20	20	20	20	20
รวมวิชาเพิ่มเติม	100	100	100	100	100	100
กิจกรรมพัฒนาผู้เรียน	60	60	60	60	60	60
รวมเวลาเรียน	600	600	600	600	600	600
เวลาเรียนทั้งหมด	1,200 ชั่วโมง/ปี (รวม 3,600 ชั่วโมง)					

ตาราง 2 โครงสร้างเวลาเรียนของนักเรียนระดับช่วงชั้นที่ 3 (มัธยมศึกษาปีที่ 4-6)

กลุ่มสาระการเรียนรู้	เวลาเรียน (ชั่วโมง/ปี)					
	มัธยมศึกษาปีที่ 4		มัธยมศึกษาปีที่ 5		มัธยมศึกษาปีที่ 6	
	เทอม 1	เทอม 2	เทอม 1	เทอม 2	เทอม 1	เทอม 2
รายวิชาพื้นฐาน						
ภาษาไทย	40	40	40	40	40	40
คณิตศาสตร์	40	40	40	40	40	40
วิทยาศาสตร์	240	-	-	-	-	-
สังคม ศาสนาและฯ	60	60	60	60	60	60
สุขศึกษาและฯ	20	20	20	20	20	20
ศิลปดนตรีและฯ	20	20	20	20	20	20
การงานอาชีพและฯ	20	20	20	20	20	20
ภาษาต่างประเทศ	40	40	40	40	40	40
รวมวิชาพื้นฐาน	480	240	240	240	240	240

ตาราง 2 (ต่อ)

กลุ่มสาระการเรียนรู้	เวลาเรียน (ชั่วโมง/ปี)					
	มัธยมศึกษาปีที่ 4		มัธยมศึกษาปีที่ 5		มัธยมศึกษาปีที่ 6	
	เทอม 1	เทอม 2	เทอม 1	เทอม 2	เทอม 1	เทอม 2
รายวิชาพื้นฐาน						
ภาษาไทย	-	-	-	-	-	-
คณิตศาสตร์	60	60	60	60	60	60
วิทยาศาสตร์	-	200	200	200	180	180
สังคม ศาสนาและฯ	-	-	-	-	20	20
สุขศึกษาและฯ	20	20	20	20	20	20
ศิลปดนตรีและฯ	-	-	-	-	-	-
การงานอาชีพและฯ	20	20	20	20	20	20
ภาษาต่างประเทศ	20	20	20	20	20	20
รวมวิชาเพิ่มเติม	120	320	320	320	320	320
กิจกรรมพัฒนาผู้เรียน	60	60	60	60	60	60
รวมเวลาเรียน	660	620	620	620	600	600
เวลาเรียนทั้งหมด	3,720 ชั่วโมง/ปี (รวม 3,600 ชั่วโมง)					

5. ผลการวิเคราะห์สภาพปัญหาเกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอนของโรงเรียนบ้านบัวราษฎร์บำรุง

โรงเรียนบ้านบัวราษฎร์บำรุงได้ศึกษาและวิเคราะห์ถึงสภาพปัญหา จุดเด่น จุดที่ควรพัฒนา โอกาสและการจัดการบริหารงานต่างๆ ในภาพรวมพบว่า (รายงานการปฏิบัติงานตนเอง โรงเรียนบ้านบัวราษฎร์บำรุง, 2556, หน้า 146-149)

5.1 จุดเด่น โรงเรียนบ้านบัวราษฎร์บำรุงมีจุดเด่น ดังนี้

5.1.1 โรงเรียนมีความตั้งใจที่จะพัฒนาศักยภาพของผู้เรียนอย่างเต็มที่

5.1.2 ครูผู้สอนมีการพัฒนาตนเองและมีความพร้อมในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนอย่างหลากหลายและมีประสิทธิภาพ

- 5.1.3 ชุมชนให้ความสำคัญและให้ความร่วมมือกับโรงเรียน
ในการแก้ปัญหาและพัฒนาการศึกษาของผู้เรียนในชุมชน
- 5.2 จุดที่ควรพัฒนา โรงเรียนบ้านบัวราษฎร์บำรุงมีจุดที่ควรพัฒนา ดังนี้
- 5.2.1 สภาพปัญหาครอบครัวและชุมชนของผู้เรียน
- 5.2.2 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของผู้เรียน เนื่องจากผู้เรียนขาดทักษะ
ในด้านการอ่าน คิด วิเคราะห์ ไม่ทบทวน ไม่แสวงหาความรู้ ขาดการกระตือรือร้น
ในการเรียน
- 5.2.3 การจัดการเรียนการสอนขาดคุณภาพ เนื่องจากครูผู้สอน
ไม่เพียงพอหรือขาดแคลนในบางรายวิชา ทำให้ครูผู้สอนไม่ตรงกับรายวิชาที่สอน
- 5.3 โอกาส โรงเรียนบ้านบัวราษฎร์บำรุงมีโอกาส ดังนี้
- 5.3.1 หน่วยงานในชุมชนติดต่อสถานศึกษาในการจัดการศึกษา
- 5.3.2 โรงเรียนส่งเสริมให้ผู้เรียนใช้สื่อเทคโนโลยีอย่างเต็มที่
- 5.3.3 แหล่งเรียนรู้ในท้องถิ่นมีอย่างหลากหลาย
- 5.4 อุปสรรค โรงเรียนบ้านบัวราษฎร์บำรุงมีอุปสรรค ดังนี้
- 5.4.1 ผู้ปกครองส่วนใหญ่ประกอบอาชีพเกษตรกรรม ฐานะยากจน
มีรายได้น้อย ต้องไปทำงานในเมืองหรือต่างจังหวัด ทำให้ต้องฝากบุตรหลานไว้กับญาติ
พี่น้อง คนชรา จึงไม่ได้รับการเอาใจใส่เท่าที่ควร และนักเรียนอยู่ในสิ่งแวดล้อมที่เสี่ยงทำให้
มีพฤติกรรมที่น่าเป็นห่วง
- 5.4.2 นักเรียนขาดความตระหนักในหน้าที่ของตนเอง ขาดจิตสำนึก
ไม่มีความกระตือรือร้นในการเรียน ไม่รู้จักแยกแยะคุณประโยชน์โทษของการใช้สื่อ
เทคโนโลยีที่มีในปัจจุบัน ส่งผลให้ผู้เรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ
- 5.4.3 จากสถานะเศรษฐกิจของประเทศทำให้โรงเรียนขาดแคลน
งบประมาณในระบบการบริหารจัดการ

6. ผลการวิเคราะห์สภาพปัญหาเกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอนของ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

จากการประชุมของบุคลากรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์โรงเรียน
บ้านบัวราษฎร์บำรุงได้ศึกษาและวิเคราะห์ถึงสภาพปัญหาเกี่ยวกับการจัดการเรียน
การสอนคณิตศาสตร์ พบว่า (รายงานการปฏิบัติงานกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
โรงเรียนบ้านบัวราษฎร์บำรุง, 2556, หน้า 9-10)

6.1 ปัญหาจากตัวนักเรียนที่พบคือ นักเรียนไม่ตั้งใจเรียน ขาดความกระตือรือร้น ขาดเรียนบ่อยหรือเข้าเรียนช้า ไม่สนใจเรียน ไม่ชอบการคิดคำนวณ ไม่ชอบทำแบบฝึกหัดด้วยตนเอง ไม่ชอบส่งงานหรือการบ้านที่ได้รับมอบหมาย ส่งผลให้นักเรียนมีพื้นฐานการเรียนไม่ดี ไม่สามารถประยุกต์ความรู้ไปใช้ในการแก้ปัญหาได้ ไม่มีความถนัด นักเรียนไม่ให้ความร่วมมือในการเรียนรู้

6.2 ปัญหาจากครูผู้สอนที่พบคือ ผู้สอนมีภาระงานอย่างอื่นหนัก โรงเรียนมีกิจกรรมอื่นๆ มากมาย ทำให้มีเวลาในการจัดกิจกรรมการสอนน้อย ต้องเร่งสอนให้ครบหรือทันเนื้อหาตามหลักสูตร ทำให้นักเรียนปรับตัวไม่ทัน และครูผู้สอนเข้มงวดในการสอนทำให้บรรยากาศในการเรียนเครียด สื่อการสอนมีน้อย กิจกรรมการเรียนการสอนไม่น่าสนใจ อธิบายไม่รู้เรื่อง นักเรียนเกิดความเบื่อหน่าย ไม่อยากเข้าเรียน

6.3 ปัญหาจากการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่พบคือ วิธีการสอนครูผู้สอนไม่มีความหลากหลาย ไม่น่าสนใจ ไม่สอนเรื่องยากให้เป็นเรื่องง่าย นักเรียนไม่มีส่วนร่วมในกิจกรรม ยึดครูเป็นศูนย์กลางในการเรียน เน้นการสอนแบบบรรยายไม่เน้นกระบวนการกลุ่ม ใช้สื่อการเรียนการสอนน้อยและไม่เป็นที่น่าสนใจของนักเรียนจึงไม่ส่งผลต่อพัฒนาการของนักเรียนที่มีความแตกต่างระหว่างบุคคล นักเรียนเก่งจะมีการแข่งขันกัน นักเรียนอ่อนไม่มีความกระตือรือร้นและถูกทอดทิ้ง ทำให้นักเรียนเกิดความเบื่อหน่าย ไม่สนใจ รู้สึกไม่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์จึงทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำไม่บรรลุตามมาตรฐานการเรียนที่วางไว้

บุคลากรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้หาแนวทางในการพัฒนา กิจกรรมการเรียนการสอน ดังนี้

1. ก่อนทำการเรียนการสอนในแต่ละเนื้อหา ครูผู้สอนต้องทดสอบความรู้พื้นฐานนักเรียน เพื่อดูความสามารถทางการเรียนของนักเรียนว่ามีความแตกต่างกันอย่างไรเพื่อทำการซ่อมเสริมสำหรับกลุ่มนักเรียนที่ยังมีพื้นฐานในการเรียนไม่ดีและให้นักเรียนกลุ่มเก่งมีส่วนช่วยเหลือในการเรียนรู้

2. ครูต้องจัดทำแผนการจัดการเรียนรู้เตรียมการสอนให้เป็นอย่างดี ก่อนที่จะทำการสอนในแต่ละชั่วโมง มีการวัดผลประเมินผลที่หลากหลายและมีประสิทธิภาพ และต้องได้รับการนิเทศการสอนจากหัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หัวหน้างานบริหารวิชาการ หรือผู้บริหารสถานศึกษา สัปดาห์ละ 1 ครั้ง

3. จัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยยึดนักเรียนเป็นศูนย์กลาง เน้นกระบวนการกลุ่ม มีสื่อการเรียนการสอนที่น่าสนใจและนำเทคโนโลยีใหม่ๆ เข้ามาใช้ประกอบการสอน

โปรแกรมเดอะจีโอมิเตอร์สเก็ตช์แพด

โปรแกรมเดอะจีโอมิเตอร์สเก็ตช์แพด (The Geometer's Sketchpad : GSP) เป็นโปรแกรมคณิตศาสตร์ที่ผลิตจากประเทศสหรัฐอเมริกา เป็นโปรแกรมที่มีประสิทธิภาพ โปรแกรมหนึ่งสามารถนำไปใช้ในวิชาคณิตศาสตร์ได้หลายวิชา เช่น วิชาเรขาคณิต พีชคณิต ตรีโกณมิติ และแคลคูลัส เป็นสื่อเทคโนโลยีที่ช่วยให้นักเรียนมีโอกาสเรียนคณิตศาสตร์โดยการสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง (Constructivist Approach) และเป็น การเรียนโดยเน้นนักเรียนเป็นสำคัญ (Learner-Centered Learning) และเป็นสื่อที่ช่วยให้นักเรียนพัฒนาทักษะของการนึกภาพ (Visualization) ทักษะของกระบวนการแก้ปัญหา (Problem Solving Skills) นอกจากนี้ การใช้โปรแกรมเดอะจีโอมิเตอร์สเก็ตช์แพด (The Geometer's Sketchpad : GSP) ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เป็นการบูรณาการสาระที่เกี่ยวข้องกับความรู้คณิตศาสตร์ และทักษะด้านเทคโนโลยีเข้าด้วยกันทำให้นักเรียนมีโอกาสพัฒนาพหุปัญญาอันได้แก่ ปัญญาทางภาษา ด้านตรรกศาสตร์ ด้านมิติสัมพันธ์ และด้านศิลปะ โปรแกรมเดอะจีโอมิเตอร์สเก็ตช์แพด (The Geometer's Sketchpad : GSP) มีใช้อย่างแพร่หลายกว่า 50 ประเทศทั่วโลกอีกทั้งบรรจุอยู่ในหลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ ระดับต่างๆ ถึง 10 ประเทศ เช่น สิงคโปร์ มาเลเซีย ญี่ปุ่น จีน อังกฤษ อเมริกา เป็นต้น นอกจากนี้ได้มีการแปลซอฟต์แวร์โปรแกรม GSP เป็นภาษาต่างๆ ถึง 14 ภาษา ได้แก่ ฝรั่งเศส สเปน เดนมาร์ก เกาหลีญี่ปุ่น รัสเซีย นอร์เวย์ ฟินด์แลนด์ อาหรับ เซดโก เปรู เยอรมัน จีน และอังกฤษ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2546 ข, หน้า 2)

1. ประวัติความเป็นมาของโปรแกรมเดอะจีโอมิเตอร์สเก็ตช์แพด

(The Geometer's Sketchpad : GSP)

วรรณวิภา สุทธิเกียรติ (2542, หน้า 30) อรรถศาสตร์ นิमितพันธ์ (2542, หน้า 31-32) สุจิรา มุสิกะเจริญ (2542, หน้า 26-27) วัชรสันต์ อินธิสาร (2547, หน้า 20-21) ได้กล่าวถึงความเป็นมาของโปรแกรม The Geometer's Sketchpad สรุปได้ดังนี้โปรแกรม เดอะจีโอมิเตอร์สเก็ตช์แพด (The Geometer's Sketchpad : GSP) พัฒนาขึ้นเมื่อปี ค.ศ. 1991

โดย Nicholas Jachiw ในโครงการพัฒนาเรขาคณิตที่มองเห็นได้ (Visual Geometry Project) ของมูลนิธิวิทยาศาสตร์แห่งชาติ (National Science Foundation : NSF) แห่งสหรัฐอเมริกา ภายใต้การนำของ Eugene Klotz จากวิทยาลัยสวาทมอร์ (Swartmore College) และ Doris Schatschneider แห่งวิทยาลัย มอราเวียน (Moravian College) ในรัฐเพนซิลวาเนีย ประเทศสหรัฐอเมริกา ซอฟต์แวร์นี้ในระยะแรกพัฒนาเป็นรุ่นเบต้า (Beta Version) เพื่อนำมาใช้กับเครื่องแมคอินทอช (Macintosh) ในปี ค.ศ. 1993 ได้พัฒนาเพื่อใช้ระบบปฏิบัติการวินโดวส์ ในปี ค.ศ. 1995 ได้พัฒนาขึ้นเป็นรุ่น 3.0 ด้วยการสนับสนุนของ NSF ในการพัฒนาซอฟต์แวร์และสำนักพิมพ์ คีย์เคอร์รี่-คิวลัม (Key Curriculum Press) ในการจัดทำวีดิทัศน์ หนังสือเรียน และสื่อสิ่งพิมพ์ที่ใช้สำหรับโปรแกรม The Geometer's Sketchpad ทำให้โปรแกรมนี้มีการใช้อย่างแพร่หลายในโรงเรียนของประเทศสหรัฐอเมริกา สำหรับการใช้ออฟต์แวร์คอมพิวเตอร์ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์นั้น ในระยะแรกกำหนดให้ใช้ในโรงเรียนมัธยมศึกษาที่มีการเรียนการสอนในวิชาเรขาคณิตผลของการใช้ในปัจจุบันสามารถดึงดูดความสนใจของนักเรียนทำให้นักเรียนประสบความสำเร็จในการเรียนเรขาคณิตและเรียนรู้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

สรุปได้ว่า โปรแกรมเดอะจีโอมิเตอร์สเก็ตช์แพด หมายถึง สื่อเทคโนโลยีที่พัฒนาขึ้นเพื่อใช้ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ครูสามารถนำมาใช้ในกิจกรรมการเรียนการสอน นำมาใช้สร้างสื่อการสอนและใบงาน เพื่อให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ที่หลากหลาย

2. ความสามารถของโปรแกรมเดอะจีโอมิเตอร์สเก็ตช์แพด

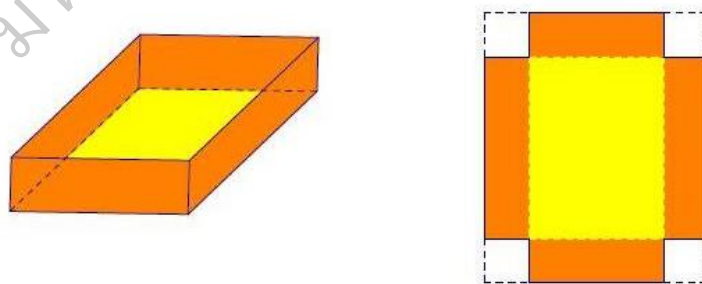
อำนาจ เชื้อป้อคา (2547, หน้า 14-16) ได้กล่าวถึงความสามารถของโปรแกรมเดอะจีโอมิเตอร์สเก็ตช์แพด ดังนี้

1. ด้านศิลปะ และการเคลื่อนไหว (Art / Animation) โปรแกรมเดอะจีโอมิเตอร์สเก็ตช์แพด สามารถที่จะนำเครื่องมือมาสร้างรูปต่างๆ และสามารถใช้คำสั่งเพื่อที่จะทำให้อุปกรณ์ต่างๆ เคลื่อนไหวได้ตามที่ต้องการ ซึ่งเป็นโปรแกรมที่ไม่เคยปรากฏมาก่อน



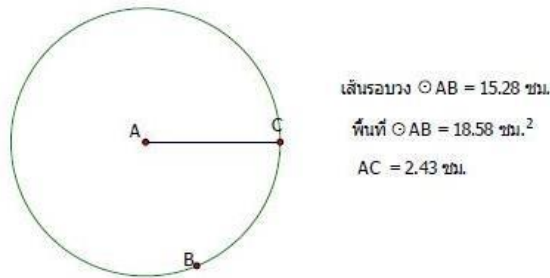
ภาพประกอบ 3 สื่อการสอนที่ใช้ในการจัดกิจกรรมให้นักเรียนจินตนาการภาพ
ฝึกการกำหนดค่าตัวแปร ให้นักเรียนคิดสร้างฟังก์ชันของการเคลื่อนที่
ของลูกปืน (สสวท. 2556 : online)
ที่มา : เว็บไซต์ สสวท. (www.ipst.ac.th)

2. วิชาแคลคูลัส (Calculus) ในวิชาแคลคูลัส เราสามารถใช้โปรแกรม
เดอะจีโอมีเตอร์สเก็ตซ์แพด คำนวณหาปริมาตรของกล่องซึ่งเกิดจากการตัดมุมทั้งสี่
ของกระดาษ ซึ่งเราจะเห็นการเปลี่ยนแปลงของปริมาตรของกล่องดังกล่าว
เมื่อมีการเคลื่อนไหว และนอกจากนี้ยังสามารถใช้โปรแกรม ดังกล่าวสร้างกราฟ
จากสมการต่างๆ ได้ เช่น $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ หรือรูปสมการอื่นๆ ที่ต้องการได้



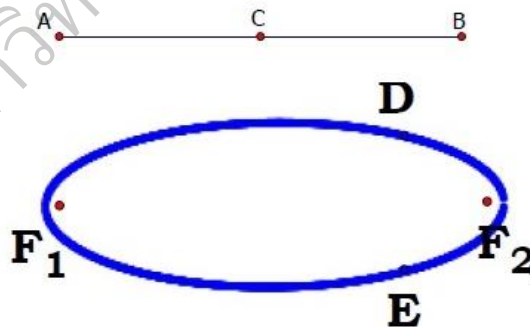
ภาพประกอบ 4 กล่องซึ่งเกิดจากการตัดมุมทั้งสี่ของกระดาษ (สสวท, 2556, Online)
ที่มา : เว็บไซต์ สสวท. (www.ipst.ac.th)

3. วงกลม (Circles) ในโปรแกรมเดชะจีโอมีเตอร์สเก็ตซ์แพด สามารถที่จะใช้เครื่องมือ สร้างวงกลมที่ต้องการและสามารถที่จะวัดหาความยาวของรัศมี เส้นรอบวง และคำนวณหาพื้นที่ได้



ภาพประกอบ 5 การสร้างวงกลม และ การวัดหาความยาวของรัศมี เส้นรอบวง และคำนวณหาพื้นที่
ที่มา : อำนาจ เชื้อป๋อคา (2547, หน้า 15)

4. ภาคตัดกรวย (Conic Section) ในภาคตัดกรวยโปรแกรม GSP สามารถที่จะสร้างวงกลม (Circle) วงรี (Ellipse) พาราโบลา (Parabola) และ ไฮเพอร์โบลา (Hyperbola) โดยการเคลื่อนที่จะทำให้เห็นร่องรอย (Trace) ของกราฟ ซึ่งจะให้เห็นรูปร่างต่างๆ ได้ตามความต้องการ



ภาพประกอบ 6 การสร้างรูปวงรี จากโปรแกรมเดชะจีโอมีเตอร์สเก็ตซ์แพด
ที่มา : อำนาจ เชื้อป๋อคา (2547, หน้า 15)

5. การเขียนกราฟและการหาจุดโคออร์ดิเนตในระนาบคาร์ทีเซียน

(Graphing/Coordinate Geometry) ในการเขียนกราฟจากรูปสมการต่างๆ เช่น

$$y = a(x - h)^2 + k$$

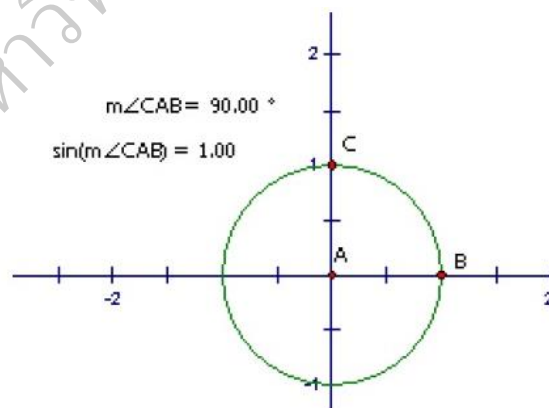
$$y = a(x - b)(x - c)(x - d)$$

$$y = a + b(x - c) + d$$

6. เส้นตรงและมุม (Line and Angles) ในการสร้างเส้นตรงและมุมโดยใช้โปรแกรมเดอะจีโอมิเตอร์สเก็ตช์แพด สามารถทำได้โดยง่าย ซึ่งเมื่อได้ทำการสร้างเส้นตรงและมุมเสร็จแล้วสามารถที่จะวัดขนาดส่วนของเส้นตรงและมุมดังกล่าวได้ ด้วยความสามารถและสมบัติดังกล่าวทำให้สรุปเนื้อหา และทฤษฎีเกี่ยวกับเรื่องเส้นตรงและมุมได้

7. รูปสามเหลี่ยม (Triangles) เมื่อสร้างรูปสามเหลี่ยมโดยใช้โปรแกรม สามารถที่จะใช้คำสั่งในโปรแกรมเพื่อคำนวณหาความยาวของด้านแต่ละด้าน มุมแต่ละมุม และคำนวณหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมย่อมไม่มีการเปลี่ยนแปลง ดังนั้นเมื่อโยกจุดยอดของสามเหลี่ยมไปอยู่ ณ ตำแหน่งต่างๆ โดยที่ความสูงเท่าเดิมพื้นที่ของสามเหลี่ยมย่อมคงที่เสมอ นอกจากนั้นยังสามารถหาจุดคอออร์โทเซนเตอร์ (Orthocenter) ของสามเหลี่ยมได้อีกด้วย

8. ตรีโกณมิติ (Trigonometry) ในการหาฟังก์ชันตรีโกณมิติโดยใช้โปรแกรม GSP กระทำได้โดยสร้างวงกลมหนึ่งหน่วย (Unit Circle) เมื่อกำหนดมุม A ก็สามารหาค่าของฟังก์ชันตรีโกณมิติของมุม A ได้ตามต้องการ ดังรูป



ภาพประกอบ 7 การสร้างวงกลมหนึ่งหน่วย เพื่อหาฟังก์ชันตรีโกณมิติ

โดยใช้โปรแกรมเดอะจีโอมิเตอร์สเก็ตช์แพด

ที่มา : อำนาง เชื้อบ่อคา (2547, หน้า 16)

Steven Chanon (2002, p. 15) ได้กล่าวถึงความสามารถของโปรแกรมดังนี้

1. เป็นโปรแกรมที่สะดวกและง่ายต่อการใช้งาน ไม่ว่าจะเป็นผู้เรียนในระดับมัธยมศึกษา อุดมศึกษา และผู้ที่สนใจ เนื่องจากมีเครื่องมือที่สามารถรองรับกับฟังก์ชันคณิตศาสตร์
2. สามารถเขียนกราฟพิกัดในแกนพิกัดฉากหรือการสร้างแผนภูมิต่างๆ ได้รวดเร็ว
3. สามารถนำไปประยุกต์ใช้ในกระบวนการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องการเขียนกราฟแบบต่างๆ ซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียนและผู้สอนสามารถเข้าใจและศึกษากราฟได้อย่างถูกต้อง รวดเร็วและประหยัดเวลา
4. สามารถบันทึกเก็บไว้ในแฟ้มข้อมูลและเรียกกลับมาตรวจสอบหรือใช้อีกครั้งได้
5. สามารถเพิ่มสีลงบนกราฟและเขียนกราฟได้หลายๆ กราฟภายใน 1 แผ่นงาน
6. สามารถทำภาพเคลื่อนไหวในวัตถุที่ต้องการ
7. ทำให้ผู้เรียนสามารถเกิดความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

นอกจากนี้ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2548, หน้า 2-4) ยังได้กล่าวถึงโปรแกรมเดอะจีโอมิเตอร์สเก็ตช์แพดว่าเป็นโปรแกรมอเนกประสงค์ ขอบเขตของการใช้ขึ้นอยู่กับจินตนาการของผู้ใช้ ตัวอย่างที่สามารถทำได้โดยใช้โปรแกรมเดอะจีโอมิเตอร์สเก็ตช์แพด

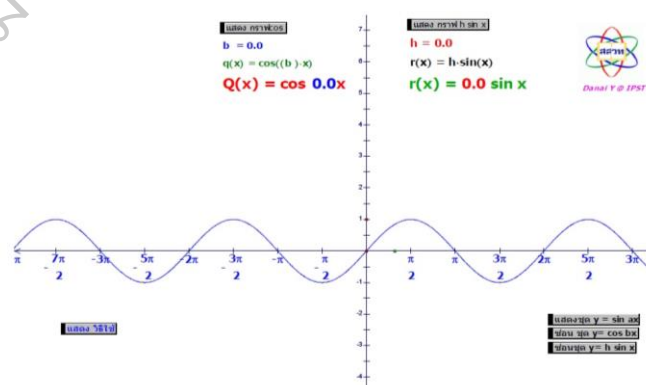
1. การสำรวจและการสอนทฤษฎีบททางเรขาคณิตในหนังสือเรขาคณิต มักเต็มไปด้วยทฤษฎีบท สัจพจน์ บทแทรก บทตั้ง (lemma) และบทนิยาม ซึ่งมีหลากหลายอย่างที่ยากที่การเข้าใจ หรือแม้จะเข้าใจก็ไม่ลึกซึ้ง วิธีที่จะให้เข้าใจทฤษฎีบทที่ยากๆ หรือวิธีการสอนเรื่องยากในชั้นเรียน คือ การใช้โปรแกรมเดอะจีโอมิเตอร์สเก็ตช์แพด สร้างแบบจำลองต่างๆ

2. การนำเสนอในชั้นเรียนแบบร่างที่นำเสนอเป็นเอกสารของ Sketchpad ที่ได้ออกแบบไว้สำหรับการนำเสนอไปยังกลุ่มบุคคลต่างๆ เช่น นักเรียน เพื่อนร่วมชั้นเรียน หรือครู โดยปกติแบบร่างที่นำเสนอจะมีภาพกราฟิกที่สวยงาม เคลื่อนไหวได้ มีปุ่มแสดงการทำงานต่างๆ และมีเนื้อหาได้หลายหน้า ครูสามารถใช้โปรแกรมเดอะจีโอมิเตอร์สเก็ตช์แพดให้เป็นเครื่องมือที่จะช่วยให้การสอนมีประสิทธิภาพ ถึงแม้ว่าจะไม่สามารถสอนใน

ห้องปฏิบัติการคอมพิวเตอร์ได้ทุกวัน แต่ก็สามารถนำงานมาสาธิตในห้องเรียนที่มีคอมพิวเตอร์เพียงเครื่องเดียวพร้อมเครื่องฉาย LCD ได้ นอกจากนี้ให้นักเรียนยังสามารถนำงานที่สร้างในแบบร่างมาเสนอในชั้นเรียนหรือทำรายงานตลอดจนทำแฟ้มผลงานต่างๆ ได้

3. การศึกษารูปต่างๆ จากหนังสือเรียนเมื่อเราชำนาญในการใช้เดอะจีโอมิเตอร์สเก็ทซ์แพดแล้ว จะพบว่าการสร้างรูปต่างๆ บนจอคอมพิวเตอร์ จะใช้เวลาน้อยกว่าการสร้างด้วยมือ นอกจากนั้นในการสร้างรูปด้วยโปรแกรมเดอะจีโอมิเตอร์สเก็ทซ์แพด ยังได้เปรียบตรงที่สามารถทำให้รูปนั้นเคลื่อนไหวได้ และสำรวจการเปลี่ยนแปลงได้ ดังนั้นควรพิจารณาใช้ในการสร้างและศึกษารูปในหนังสือเรียนและในการทำการบ้าน

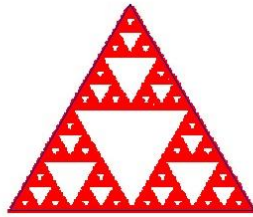
4. ใช้โปรแกรมเดอะจีโอมิเตอร์สเก็ทซ์แพดในรายวิชาต่างๆ ของคณิตศาสตร์ โปรแกรมเดอะจีโอมิเตอร์สเก็ทซ์แพดเป็นเครื่องมือที่จะเป็นอย่างยิ่งในรายวิชาต่างๆ ของคณิตศาสตร์ ไม่ว่าจะเป็นนักเรียนหรือครู เช่นในพีชคณิต สามารถใช้สำรวจความชันและสมการของเส้นตรง สำรวจสมบัติพาราโบลา และหัวข้ออื่นๆ ที่สำคัญอีกหลายหัวข้อ ในวิชา algebra และ pre - calculus ทั้งนักเรียนและครูสามารถสำรวจการเคลื่อนไหวของวงของฟังก์ชันด้วยการใช้คำสั่งต่างๆ จากเมนูกราฟ ใช้กับวิชาตรีโกณมิติ ในวิชาแคลคูลัส ใช้สำรวจอนุพันธ์ของฟังก์ชัน ด้วยการสร้างเส้นสัมผัสเส้นโค้ง และใช้คำสั่งอนุพันธ์ หรือ สำรวจปริพันธ์โดยการสร้างพื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยเส้นโค้ง นอกจากนี้ โปรแกรมเดอะจีโอมิเตอร์สเก็ทซ์แพดยังสามารถใช้ประโยชน์ในวิชาคณิตศาสตร์ระดับวิทยาลัย เช่นวิชา non- Euclidean geometry หรือหัวข้อต่างๆ ในวิชาคณิตศาสตร์ชั้นสูง



ภาพประกอบ 8 กราฟของฟังก์ชันตรีโกณมิติ (สสวท, 2556, Online).

ที่มา : เว็บไซต์ สสวท. (www.ipst.ac.th)

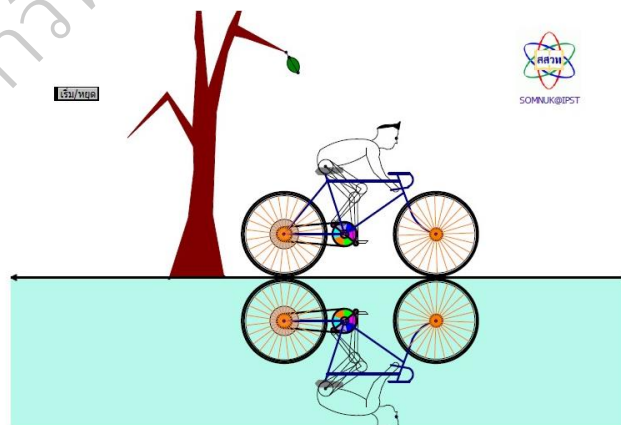
5. การสร้างแฟร็กทัล (Fractal) แฟร็กทัลเป็นรูปเรขาคณิตที่สวยงาม สะดุดตาซึ่งพบเห็นได้ในธรรมชาติ และเป็นรากฐานที่สำคัญของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ กราฟฟิกหลายๆ โปรแกรมแฟร็กทัลเป็นรูปเรขาคณิตที่คล้ายกับตัวเอง มันจะดูเหมือนกันไม่ว่าจะขยายในมุมมองใดๆ การสร้างแฟร็กทัลเริ่มจากการสร้างรูปร่างๆ แล้วทำซ้ำรูปเดิมแต่ให้มีขนาดเล็กกลงๆ การใช้คำสั่งทำซ้ำของ Sketchpad ช่วยให้สามารถสร้างแฟร็กทัลนี้หรือการสร้างแบบอื่นๆ ที่ใช้กระบวนการทำซ้ำได้



ภาพประกอบ 9 การสร้าง fractal : การทำซ้ำ (รูปสามเหลี่ยม)

ที่มา : ภิรมวัญ ธรรมใจ (2548, หน้า 35)

6. การวาดภาพที่ได้สัดส่วนเหมือนจริงและรูปศิลปะทางเรขาคณิตแบบต่างๆ หากต้องการทำบัตรอวยพร หรือต้องการออกแบบพื้นหลังบน webpage ให้ได้ภาพที่สวยงามไม่ซ้ำแบบใคร สามารถใช้เครื่องมือในเมนูการแปลงของโปรแกรมเดอะจีโอมิเตอร์สเก็ทซ์แพดรวมกับเครื่องมือจากเมนูแสดงผลและจากที่อื่นๆ ก็จะช่วยให้เราสร้างภาพได้อย่างวิจิตรงดงามตื่นตาตื่นใจ



ภาพประกอบ 10 ตัวอย่างสื่อที่สร้างโดยอาศัยการแปลงทางเรขาคณิต

(สสวท, 2556, Online)

ที่มา : เว็บไซต์ สสวท. (www.ipst.ac.th)

3. ความสำคัญของโปรแกรมเดอะจีโอมิเตอร์สเก็ตช์แพดในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

การใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาจนถึงระดับมหาวิทยาลัยนั้น สำนักพิมพ์คีย์ เคอร์รี่คูล์ม (วัชรสันต์ อินธิสาร, 2547, หน้า 22) ได้สรุปไว้ว่า การใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) เป็นเครื่องมือที่ใช้กับเนื้อหาเรขาคณิต แบบ Euclidean หรือ Non-Euclidean พีชคณิตแคลคูลัส และตรีโกณมิติ ในการเรียนรู้บทเรียนทางเรขาคณิตนั้น โปรแกรม The Geometer's Sketchpad สามารถช่วยในการสร้างรูปเรขาคณิตในมิติต่างๆ ทำให้นักเรียนเกิดการสำรวจและทำความเข้าใจในเนื้อหาเรขาคณิตได้ง่าย ขึ้นกว่าการสอนแบบเดิม โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นเครื่องมือที่ช่วยกระตุ้นให้เกิดกระบวนการค้นพบโปรแกรม The Geometer's Sketchpad มีความสามารถในการสร้างสื่อการสอนวิชาเรขาคณิตและวิชาอื่นๆ เช่น ฟิสิกส์ เป็นต้น และลักษณะการใช้งานเบื้องต้นดังต่อไปนี้ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2546 ก, หน้า 1-85)

1. การสร้างพื้นฐานทางเรขาคณิต การสร้างรูปเรขาคณิตที่เป็นพื้นฐานของการศึกษาเรขาคณิตนั้น สามารถทำได้ด้วยวงเวียน และสันตรง การใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ในการช่วยสอนการสร้างพื้นฐานทางเรขาคณิตนี้ สามารถตรวจสอบร่องรอยการสร้างได้จากคำสั่งแสดงสิ่งที่ซ่อนไว้ทั้งหมด การสร้างรูปเรขาคณิตต้องอาศัยความรู้เรื่องการสร้างพื้นฐาน 6 แบบดังนี้

1.1 การสร้างส่วนของเส้นตรงที่ยาวเท่ากับความยาวของส่วนของเส้นตรงที่กำหนดให้

1.2 การแบ่งครึ่งส่วนของเส้นตรงที่กำหนดให้

1.3 การสร้างมุมที่มีขนาดเท่ากับขนาดของมุมที่กำหนดให้

1.4 การแบ่งครึ่งมุมที่กำหนดให้

1.5 การสร้างเส้นตั้งฉากจากจุดภายนอกมายังเส้นตรงที่กำหนดให้

1.6 การสร้างเส้นตั้งฉากที่จุดจุดหนึ่งบนเส้นตรงที่กำหนดให้

2. การสร้างตารางความสัมพันธ์ โปรแกรม The Geometer's Sketchpad มีสมบัติที่เอื้อให้ครูใช้สร้างตารางความสัมพันธ์เพื่อช่วยในการสอนเนื้อหาต่างๆ เช่น ตารางความสัมพันธ์ระหว่างความกว้าง ความยาว พื้นที่ เส้นรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก เมื่อเรลากจุดใดจุดหนึ่งของรูปสี่เหลี่ยม จะทำให้ข้อมูลในตารางเปลี่ยนแปลงไปตามความสัมพันธ์ของความกว้าง ความยาว พื้นที่ เส้นรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมมุม

3. การแปลงทางเรขาคณิต การแปลงทางเรขาคณิตประกอบไปด้วย การสะท้อน การหมุน การเลื่อนขนาน และการย่อ/ขยาย ซึ่งสามารถนำไปใช้ในการสร้าง รูปเรขาคณิตต่างๆ ได้สะดวกมากขึ้น เช่น การสะท้อน

4. การสร้างกราฟ โปรแกรม The Geometer's Sketchpad สามารถสร้าง กราฟได้อย่างง่ายมาก ทำให้นักเรียนได้สำรวจลักษณะของกราฟเมื่อมีค่าของตัวแปร เปลี่ยนแปลงไปโดยไม่ต้องสร้างรูปกราฟขึ้นมาใหม่ เช่น กราฟสมการเชิงเส้น กราฟของ พาราโบลา กราฟของภาคตัดกรวย กราฟฟังก์ชัน

5. การสร้างรูปสามมิติ โปรแกรม The Geometer's Sketchpad สามารถ สร้างเป็นรูปสามมิติได้และสามารถเคลื่อนไหว (Animation) ให้เห็นลักษณะของรูปได้รอบ ด้านสามมิติในระนาบแกน x , y และ z

6. การพิสูจน์ทางเรขาคณิต โปรแกรม The Geometer's Sketchpad สามารถแสดงการพิสูจน์ทางเรขาคณิตเพื่อสร้างความเข้าใจให้กับนักเรียนได้เป็นอย่างดี เช่นการพิสูจน์เกี่ยวกับพีระมิด

จากข้อความข้างต้นสรุปได้ว่าโปรแกรม The Geometer's Sketchpad มีความสำคัญต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ดังนี้

1. การสร้างความเข้าใจเกี่ยวเรขาคณิต ตรีโกณมิติ พีชคณิตและแคลคูลัส และสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในวิชาวิทยาศาสตร์

2. การนำเสนอเป็นรูปแบบการเคลื่อนไหวที่ (Animation) ทำให้กระตุ้นให้นักเรียนมีความสนใจและตื่นตัว และสามารถทำความเข้าใจหรือการหาคำตอบด้วยตนเอง ได้จากสำรวจกิจกรรมต่างๆ

3. มีฟังก์ชันคำนวณและฟังก์ชันต่างๆ สำหรับการสอนคณิตศาสตร์ง่าย ต่อการประยุกต์หรือดัดแปลงเพื่อประกอบการสอน

4. สามารถสร้างรูปที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ได้ง่ายซึ่งผู้สอนสามารถบันทึก เป็นสคริปส์ เพื่อใช้ในการสาธิตการสอนได้

4. การสอนคณิตศาสตร์โดยใช้โปรแกรมเดอะจีโอมิเตอร์สเก็ทซ์แพด

(The Geometer's Sketchpad : GSP)

จากการศึกษางานวิจัยเกี่ยวกับการใช้สื่อ โปรแกรมเดอะจีโอมิเตอร์ สเก็ทซ์แพดในการสอนคณิตศาสตร์ มีผู้วิจัยได้นำเสนอขั้นตอนการสอนไว้หลายท่านดังนี้

วรรณวิภา สุทธิเกียรติ (2542, หน้า 6) พัฒนารูปแบบการเรียนเรขาคณิต โดยใช้ โปรแกรมGSP โดยมีกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้คิด จินตนาการ ด้วยการลงมือปฏิบัติเองโดยมีขั้นตอนดังนี้

1. สำรวจ โดยสำรวจตามแนวทางที่แนะไว้เพื่อมองหาความสัมพันธ์
2. ตั้งข้อคาดเดา เป็นการบันทึกของนักเรียนที่คิดว่าเป็นไปได้

ในรูปเรขาคณิตที่มีเงื่อนไขตามกำหนด

3. การสืบเสาะหาเหตุผล เป็นการตรวจสอบข้อคาดเดาที่ตั้งไว้ โดยพิจารณาจากรูปเรขาคณิตที่สร้างไว้
4. สรุปเนื้อหา โดยครูเป็นผู้กระตุ้นให้นักเรียนตอบข้อซักถามและสรุปเนื้อหาที่ได้จากการปฏิบัติ

สุจิตรา มุสิกะเจริญ (2542, หน้า 40) ได้ใช้โปรแกรม GSP ในการสอนคณิตศาสตร์โดยมีลักษณะการจัดกิจกรรมดังนี้

1. ช้่นนำ นักเรียนทบทวนความรู้เดิมโดยใช้ไฟล์สำเร็จรูป สรุปเนื้อหาที่ผ่านมา

2. ชั้นสอน

- 2.1 ชั้นสร้างรูป ให้นักเรียนสร้างรูปในเรื่องที่เรียน หรือใช้ไฟล์สำเร็จรูปที่ครูเตรียมไว้ในกรณีที่ต้องสร้างรูปที่ซับซ้อน
- 2.2 ทดลอง (ลองผิดลองถูก) นักเรียนปฏิบัติตามขั้นตอนในใบงานนั้นๆ เช่นวัดมุม โยกรูป เพื่อให้นักเรียนค้นพบสมบัติต่างๆ ด้วยตนเอง
- 2.3 ชั้นสรุป นักเรียนสรุปเรื่องที่ทำให้นักเรียนทำได้

3. ชั้นสรุป ครูให้นักเรียนเปิดไฟล์ ซึ่งเป็นข้อสรุปของเนื้อหาในแต่ละชั่วโมง

อรรถศาสตร์ นิमितพันธ์ (2542, หน้า 41) ได้ใช้โปรแกรม GSP ประกอบกับกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 4 ชั้นคือ

1. ชั้นสำรวจ ให้นักเรียนใช้รูปจากไฟล์ สำเร็จรูปที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น หรือนักเรียนอาจสร้างรูปเองในการสำรวจค่าต่างๆ เช่นขนาดของมุม ความยาวของเส้นตรง
2. ชั้นตั้งข้อคาดเดา เป็นชั้นที่มีข้อความขึ้นมาและมีข้อความในวงเล็บให้นักเรียนเลือก โดยนักเรียนนักเรียนพิจารณาจากกิจกรรมชั้นสำรวจ
3. ชั้นสืบเสาะหาเหตุผล เป็นการตรวจสอบข้อคาดเดา โดยการโยกรูปเคลื่อนไหวและให้นักเรียนให้เหตุผล ในกรณีที่ข้อคาดเดาของนักเรียนไม่ถูก

4. **ขั้นสรุปผล** เป็นขั้นที่ให้นักเรียนสรุปผลจากการทำกิจกรรมที่ผ่านมา ทั้ง 3 ขั้น

วัชรสันต์ อินธิสาร (2547, หน้า 67) ได้จัดกิจกรรมการสอนคณิตศาสตร์ โดยให้นักเรียนใช้โปรแกรม GSP โดยมีขั้นตอนดังนี้

1. **ขั้นนำ** เป็นขั้นที่ครูทบทวนความรู้เดิมของนักเรียนโดยใช้ไฟล์สำเร็จรูป และใช้การถามตามสรุปเนื้อหาคาบที่ผ่านมา

2. **ขั้นสอน** นักเรียนเรียนเนื้อหาใหม่โดยทำกิจกรรมตามใบงาน มีขั้นตอนย่อยๆ คือ

2.1 **ขั้นการสร้างรูป** ให้นักเรียนสร้างรูปโดยใช้โปรแกรม GSP

2.2 **ขั้นการทดลอง** (เพื่อหาข้อค้นพบ) หลังจากนักเรียนสร้างรูปแล้วให้นักเรียนปฏิบัติตามใบงานโดยใช้เครื่องมือในโปรแกรมวัดขนาดหรือความยาว นักเรียนสังเกตวิเคราะห์สิ่งที่ค้นพบ

2.3 **ขั้นสรุปข้อค้นพบ** นักเรียนนำข้อค้นพบ ที่ได้มาสรุปเป็นหลักการ

3. **ขั้นสรุป** นักเรียนเปิดไฟล์สำเร็จรูป ซึ่งเป็นข้อสรุปของเนื้อหา หลังการเรียนจากข้อมูลข้างต้น

สรุปได้ว่าการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้โปรแกรมเดอะจีโอมิเตอร์สเก็ตช์แพด (The Geometer's Sketchpad : GSP) มีขั้นตอนดังนี้

1. **ขั้นนำ** เป็นขั้นทบทวนความรู้เดิมของนักเรียนโดยใช้คำถามหรือไฟล์สำเร็จรูป

2. **ขั้นสอน** มีขั้นตอนย่อยดังนี้

2.1 **ขั้นสำรวจ** เป็นขั้นที่ให้นักเรียนใช้ไฟล์สำเร็จรูป ในการสำรวจค่าต่างๆ ที่ได้

2.2 **ขั้นตั้งข้อคาดเดา** เป็นขั้นที่มีข้อความคำถามให้นักเรียนตอบโดยนักเรียนต้องพิจารณาจากกิจกรรมการสำรวจในขั้นที่ 1 เพื่อนำมาตอบในขั้นข้อคาดเดา

2.3 **ขั้นสืบเสาะหาเหตุผล** เป็นการตรวจสอบข้อคาดเดาโดยให้นักเรียนปฏิบัติขั้นตอนตามใบงาน

2.4 **ขั้นสรุปผล** เป็นขั้นที่ให้นักเรียนสรุปข้อค้นพบจากการทำกิจกรรมใน 3 ขั้นที่ผ่านมา มาสรุปเป็นหลักการ

3. **ขั้นสรุป** ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความรู้โดยใช้ไฟล์สำเร็จรูปสรุปเนื้อหา

5. การจัดประสบการณ์การเรียนรู้โดยใช้โปรแกรมเดอะจีโอมิเตอร์

สเก็ทซ์แพด

โปรแกรมเดอะจีโอมิเตอร์สเก็ทซ์แพด เป็นสื่อเทคโนโลยีที่ช่วยให้นักเรียนมีโอกาสเรียนคณิตศาสตร์ โดยการสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง เนื่องจากเวลาใช้โปรแกรมเดอะจีโอมิเตอร์สเก็ทซ์แพด นักเรียนสามารถสร้างตัวแบบคณิตศาสตร์ทำให้เกิดการเคลื่อนไหวเชิงเรขาคณิตและผู้ใช้สามารถทำปฏิสัมพันธ์ได้ตอบโต้ โปรแกรมเดอะจีโอมิเตอร์สเก็ทซ์แพด สามารถนำมาใช้ในการสำรวจเบื้องต้นเกี่ยวกับรูปทรงเรขาคณิตและจำนวน ตลอดจนจนแสดงการเคลื่อนไหวของเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่ซับซ้อน ผู้ใช้โปรแกรมเดอะจีโอมิเตอร์สเก็ทซ์แพด สร้างและวัดค่าต่างๆ ของรูปเรขาคณิตอย่างแม่นยำด้วยเครื่องมือและคำสั่งจากเมนูโปรแกรมเดอะจีโอมิเตอร์สเก็ทซ์แพดสามารถสร้างรูปเรขาคณิตวิเคราะห์ได้แทบทุกรูปแบบ สามารถลากรูปและศึกษาความสัมพันธ์ต่างๆ เนื่องจากภาพนิ่งบนกระดานดำในสมุดโน้ตหรือหนังสือนั้นไม่แสดงให้เห็นความสัมพันธ์ระหว่างกันได้เท่ากับภาพที่เป็นพลวัตโดยโปรแกรมเดอะจีโอมิเตอร์สเก็ทซ์แพด จากรูปเพียงรูปเดียวเราสามารถลากส่วนต่างๆ ของรูปได้จากการเคลื่อนไหวสามารถศึกษาตัวอย่างได้หลายๆ ตัวอย่าง พร้อมทั้งสร้างข้อความคาดการณ์ที่เป็นจริงสำหรับรูปเรขาคณิตแบบต่างๆ ในห้องเรียนคณิตศาสตร์ การใช้โปรแกรมเดอะจีโอมิเตอร์สเก็ทซ์แพดเป็นเครื่องมือช่วยให้เห็นข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์ได้ชัดเจน สามารถใช้จัดกิจกรรมการเรียนการสอนได้ตั้งแต่ระดับโรงเรียนจนถึงระดับมหาวิทยาลัยเราสามารถที่ใช้โปรแกรมเดอะจีโอมิเตอร์สเก็ทซ์แพดในการศึกษาเรขาคณิตแบบ Euclidean การแปลงทางเรขาคณิตเรขาคณิตวิเคราะห์ Fractals และเรขาคณิตแบบ Non-Euclidean โปรแกรมเดอะจีโอมิเตอร์สเก็ทซ์แพด จึงทำให้การเรียนคณิตศาสตร์มีชีวิตชีวามากยิ่งขึ้น ศักยภาพในการสร้างสมการ ระบบพิกัด พังก์ชัน กราฟ การทำซ้ำ และการสร้างโลคัส ทำให้ซอฟต์แวร์นี้กลายเป็นสิ่งจำเป็นในการศึกษาพีชคณิต ตรีโกณมิติ แคลคูลัส และคณิตศาสตร์ด้านอื่นๆ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, หน้า 2548)

มโนทัศน์ทางเรขาคณิต

1. ความหมายของมโนทัศน์ทางเรขาคณิต

ในโลกของเรามีสิ่งของต่างๆ อย่างไม่จำกัด มนุษย์สามารถเรียนรู้และจดจำสิ่งต่างๆ นั้นได้เพราะสามารถ จัดรวบรวมสิ่งต่างๆ เหล่านั้นเข้ามาเป็นหมวดหมู่ไม่ว่าจะเป็นสิ่งของหรือสถานการณ์จำเป็นที่มนุษย์สามารถจำแนกให้เห็นความแตกต่างหรือรวบรวมสิ่งที่คล้ายกันเข้าด้วยกันเป็นหมวดหมู่ได้ คำที่ใช้แทนลักษณะดังกล่าวนี้ คือ มโนทัศน์ ซึ่งตรงกับภาษาอังกฤษว่า Concept มาจากรากศัพท์ภาษาลาตินว่า Concipere (conceive) ในประเทศไทยมีผู้ให้คำแปลไว้อีกว่า ความคิดรวบยอด แนวคิด สังกัป มโนคติ และมโนภาพ ซึ่งนักจิตวิทยาและนักการศึกษาได้ให้ความหมายไว้ต่างๆ กันดังนี้

บุญชม ศรีสะอาด (2537, หน้า 28) ได้ให้ความหมายไว้ว่า “มโนทัศน์ หมายถึง ความสามารถในการจัดจำพวกสิ่งต่างๆ ตามคุณสมบัติที่เหมือนกันของสิ่งต่างๆ ได้แก่ กลม เหลี่ยม สี่เหลี่ยม ฯลฯ ซึ่งผู้ที่มีมโนทัศน์จะสามารถระบุสิ่งต่างๆ ตั้งแต่ 2 สิ่งขึ้นไป ที่มีคุณสมบัติอย่างเดียวกันเช่น ระบุว่าสิ่งที่มีลักษณะเป็นวงกลม ได้แก่ เหรียญบาท ยางรถยนต์ จานข้าว เป็นต้น”

วิชัย วงษ์ใหญ่ (2537, หน้า 175) ได้ให้ความหมายไว้ว่า “มโนทัศน์ หมายถึง ลักษณะร่วมของวัตถุหรือเหตุการณ์ประเภทเดียวกันหรืออีกนัยหนึ่งก็คือ ลักษณะร่วมลักษณะนิยมของคุณสมบัติและธรรมชาติ”

พรรณี ชูทัย เชนจิต (2538, หน้า 423) ได้ให้ความหมายไว้ว่า “มโนทัศน์ หมายถึง ความเข้าใจของคนที่มองเห็นความเหมือนของสิ่งเร้าและสามารถจัดกลุ่มของสิ่งเร้าที่มีลักษณะร่วมกันไว้เป็นพวกเดียวกัน”

นาคยา ปิลาธนานนท์ (2542, หน้า 8) ได้ให้ความหมายไว้ว่า “มโนทัศน์ หมายถึง ความรู้ความเข้าใจในองค์ความรู้ที่ไม่ใช่ความรู้เป็นข้อเท็จจริงซึ่งอาจแสดงออกมาในรูปของคำหรือกลุ่มคำ”

สุรางค์ โค้วตระกูล (2543, หน้า 303) ได้ให้ความหมายไว้ว่า “มโนทัศน์ เป็นคำนามที่ใช้แทนสัตว์ วัตถุ สิ่งของที่จัดไว้ในจำพวกเดียวกัน โดยถือลักษณะสำคัญหรือวิฤติเป็นเกณฑ์”

เกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ศักดิ์ (2545, หน้า 3) ได้ให้ความหมายไว้ว่า “มโนทัศน์ หมายถึง การคิดถึงหรือจินตนาการถึงบางสิ่งเป็นการเกิดแนวคิดหรือเกิดความเข้าใจต่อ เรื่องใดเรื่องหนึ่ง”

ปรียาพร วงศ์อนุตรโรจน์ (2546, หน้า 120) ได้ให้ความหมายไว้ว่า “มโนทัศน์ หมายถึง ผลสรุปต่อการรับรู้ที่มีต่อสิ่งเร้าที่มีลักษณะต่างๆ ร่วมกันอยู่ เป็นการรวบรวมสิ่งที่คล้ายคลึงกันเข้ามารวมกันเป็นรูปแบบอันเดียวกัน”

สุวิทย์ มูลคำ (2547, หน้า 10) ได้ให้ความหมายไว้ว่า “มโนทัศน์ หมายถึง ความเข้าใจที่สรุปเกี่ยวกับการจัดกลุ่มสิ่งใดสิ่งหนึ่งที่เกิดจากการสังเกต หรือการได้รับ ประสบการณ์เกี่ยวกับสิ่งนั้นหรือเรื่องนั้น แล้วใช้คุณลักษณะหรือคุณสมบัติที่มีลักษณะ คล้ายคลึงกันจัดเข้าเป็นกลุ่มเดียวกันซึ่งจะทำให้เกิดความเข้าใจสิ่งต่างๆ ได้ง่ายขึ้น”

ดวงเดือน พันธุมนาวิน (2551, หน้า 103) ได้ให้ความหมายไว้ว่า “มโนทัศน์ หมายถึง ความสามารถของบุคคลในการแยกแยะจัดหมวดหมู่ของวัตถุหรือ เหตุการณ์ต่างๆ เข้าเป็นกลุ่มเดียวกันได้ โดยอาศัยลักษณะร่วมหรือลักษณะที่เหมือนกัน ของสิ่งเรานั้นเป็นเกณฑ์ในการจัดรวมอยู่ในประเภทเดียวกัน และแบ่งแยกสิ่งเร้าที่ไม่มี ลักษณะร่วมนี้ออกไปในประเภทอื่นๆ”

จากความหมายของมโนทัศน์ที่นักจิตวิทยาและนักการศึกษากล่าวไว้ข้างต้น สามารถสรุปความหมายของมโนทัศน์ได้ว่า มโนทัศน์หมายถึง ความเข้าใจในลักษณะ ของสิ่งเร้าแยกแยะจัดหมวดหมู่ของวัตถุหรือเหตุการณ์ต่างๆ ที่คล้ายคลึงกันจัดเข้าเป็น กลุ่มเดียวกันได้ซึ่งจะทำให้สามารถเข้าใจในสิ่งนั้นๆ ได้ง่ายขึ้น

สำหรับมโนทัศน์ที่เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ได้มีผู้ให้ ความหมายไว้ดังนี้

เมธี สิมอักษร (2520, หน้า 4) ได้ให้ความหมายไว้สรุปได้ว่า มโนทัศน์ ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความเข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนรู้มาแล้วโดยสามารถ สรุปรวบยอดคุณสมบัติที่เป็นองค์ประกอบร่วมของสิ่งที่เราพบเห็น แล้วสามารถกำหนด สัญลักษณ์หรือความหมายแทนคุณสมบัติดังกล่าวได้ เช่น “รูปสามเหลี่ยม” หมายถึง รูปปิดที่ประกอบด้วยด้านสามด้าน เขียนสัญลักษณ์แทนด้วย “ \triangle ” เป็นต้น

Good (1959, p. 118) ได้ให้ความหมายไว้สรุปได้ว่า มโนทัศน์ทาง คณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดสำคัญ ความเข้าใจที่เกี่ยวกับสิ่งใดสิ่งหนึ่งหรือเรื่องใดเรื่อง หนึ่งเกี่ยวข้องกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ในด้านการคำนวณ ความสัมพันธ์กับจำนวน การให้

เหตุผลอย่างมีระบบและคุณลักษณะภายนอกของสิ่งของอันเกิดจากการสังเกตหรือการได้รับประสบการณ์แล้วนำลักษณะนั้นมาประมวลเข้าด้วยกันให้เป็นข้อสรุปทางคณิตศาสตร์

Cooney Davis and Henderson (1975, p. 85) ได้ให้ความหมายไว้สรุปได้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความเข้าใจของนักเรียนเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนรู้โดยสามารถสรุปความเข้าใจที่ได้ออกมาในรูปแบบของนิยามหรือความหมายของเรื่องนั้น เช่น การมีมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน คือนักเรียนสามารถบอกนิยามของฟังก์ชันได้

Bel (1987, p. 124) ได้ให้ความหมายไว้สรุปได้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง โครงสร้างทางคณิตศาสตร์มี 3 รูปแบบ คือ

1. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์บริสุทธิ์หรือการจัดประเภทของจำนวนความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนและการใช้สัญลักษณ์แทน เช่น หก แปด IV เป็นต้น
2. มโนทัศน์ทางสัญกรณ์ เป็นข้อตกลงเกี่ยวกับการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้แก่ ความหมายและสมบัติของจำนวน เช่น อยากรบว่าตัวเลขในจำนวน 275 ตัวเลขแต่ละตัวหมายถึงอะไร เช่น 2 หมายถึง 200, 7 หมายถึง 70, 5 หมายถึง 5 ดังนั้น 275 หมายถึง $200 + 70 + 5$
3. มโนทัศน์ในการประยุกต์เป็นการใช้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์บริสุทธิ์กับมโนทัศน์ทางสัญกรณ์ไปแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และใช้ในสาขาที่เกี่ยวข้อง เช่น ความยาว พื้นที่ และปริมาตร เป็นต้น

Vinner (1983, p. 293) ได้แบ่งมโนทัศน์ทางเรขาคณิตออกเป็น 2 องค์ประกอบ คือ

1. บทนิยามมโนทัศน์ หมายถึง คำหรือข้อความที่ใช้สำหรับให้คำจำกัดความของมโนทัศน์
2. ภาพลักษณ์มโนทัศน์ หมายถึง ความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่มีอยู่ในใจ ซึ่งประกอบไปด้วย ภาพ สัญลักษณ์และสมบัติที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์นั้นๆ

จากความหมายที่กล่าวมาข้างต้น มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดความเข้าใจเกี่ยวกับสิ่งใดสิ่งหนึ่งที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ในด้านจำนวน สัญลักษณ์หรือการประยุกต์ใช้คณิตศาสตร์ ที่เกิดจากการได้รับประสบการณ์ในการเรียนรู้คณิตศาสตร์แล้วสรุปรวมให้อยู่ในรูปแบบ ทฤษฎีบทและสมบัติต่างๆ

ดังนั้น ความหมายของมโนทัศน์ทางเรขาคณิต หมายถึง ความสามารถในการคิดและความเข้าใจเกี่ยวกับเรขาคณิต อันเกิดจากการได้รับประสบการณ์จากการเรียนเรขาคณิต โดยสรุปความคิด ความเข้าใจที่ได้เป็น นิยาม หลักการ หรือทฤษฎี ทำให้สามารถอธิบายลักษณะ บอกความแตกต่าง จัดหมวดหมู่ สรุปลักษณะทั่วไป และนำมโนทัศน์ไปใช้ในการคิดคำนวณ

2. ความสำคัญของมโนทัศน์ทางเรขาคณิต

การที่บุคคลจะเรียนรู้สิ่งใดๆ จะต้องมโนทัศน์ในสิ่งนั้นก่อนจึงจะสามารถจดจำและนำไปใช้ประโยชน์ได้ มีนักวิจัยหลายท่านได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ ดังนี้

นวลจิต ชาวกีร์ติพงศ์ (2537, หน้า 57) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ว่า “การเรียนรู้มโนทัศน์จะช่วยให้นักเรียนสามารถพัฒนาการเรียนรู้ในเรื่องนั้นถึงระดับสูงสุดได้และนอกจากนั้นยังช่วยให้เรียนรู้ถึงสิ่งที่เกี่ยวข้องได้รวดเร็วขึ้นเพราะเกิดการจัดระบบระเบียบของข้อมูลไว้เรียบร้อยแล้วในสมอง เมื่อได้ปะทะกับสิ่งเร้าใหม่ก็จะสามารถจำแนก จัดหมวดหมู่และเชื่อมโยงกับมโนทัศน์เก่าที่มีอยู่ได้ง่าย”

สุรางค์ โค้วตระกูล (2543, หน้า 302) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ว่า “มโนทัศน์เป็นพื้นฐานของความคิด มนุษย์จะคิดไม่ได้ถ้าไม่มีมโนทัศน์ที่เป็นพื้นฐานเพราะมโนทัศน์จะช่วยให้การตั้งกฎเกณฑ์ หลักการต่างๆ และสามารถที่จะแก้ปัญหาที่จะเผชิญได้ นอกจากนี้มโนทัศน์ยังเป็นเครื่องมือที่จะช่วยในการสื่อความหมายที่จะช่วยให้คนเรามีปฏิสัมพันธ์ซึ่งกันและกัน”

De Cecco (1968, pp. 402–416) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ไว้สรุปได้ว่า

1. มโนทัศน์ช่วยลดความซับซ้อนของธรรมชาติและสิ่งแวดล้อมหรือเหตุการณ์ต่างๆ ที่มีอยู่มากมาย การที่เราจะตอบสนองสิ่งเร้าที่ละอย่างเป็นเรื่องยาก ดังนั้นมนุษย์จึงใช้มโนทัศน์ในการจัดแบ่งสิ่งต่างๆ เป็นกลุ่มทำให้การตอบสนองหรือสื่อความหมายได้ง่ายขึ้น
2. มโนทัศน์ช่วยให้รู้จักสิ่งต่างๆ การรู้จักเป็นการจัดสิ่งเร้าให้อยู่ในกลุ่มใดกลุ่มหนึ่ง เช่น การแยกได้ว่าเสียงที่ได้ยินเป็นเสียงอะไร อยู่ในพวกไหน แล้วใช้มโนทัศน์นี้เป็นพื้นฐานต่อไป
3. มโนทัศน์ช่วยในการเรียนรู้ได้มากขึ้น เช่น เมื่อมีการเรียนรู้เรื่องหนึ่งๆ เราสามารถนำไปใช้ได้เลยโดยไม่ต้องเรียนซ้ำ เช่น รู้จักสัตว์เลี้ยงลูกด้วยนม จากนั้นเมื่อเราพบสัตว์ประเภทเดียวกันก็จะแยกแยะได้

4. มโนทัศน์ช่วยในการแก้ปัญหา ทำให้รู้จักว่าวัตถุนั้นอยู่ในกลุ่มใด เหตุการณ์ใหม่อยู่ในกลุ่มใดแล้วทำให้เกิดการตัดสินใจต่อไป ดังนั้นการมีมโนทัศน์ที่ถูกต้อง และกว้างขวางก็เท่ากับการรู้จักการแก้ปัญหา

5. มโนทัศน์ช่วยในการเรียนการสอน เพราะในการเรียนการสอนจะต้องอาศัยการสื่อสารกันในรูปแบบการฟัง การพูด การอ่านและการเขียน

Ausubel (1968, p. 505) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ว่า “มโนทัศน์เป็นสิ่งสำคัญสำหรับการดำเนินชีวิตในสังคม เนื่องจากพฤติกรรมของมนุษย์ไม่ว่าจะเป็นด้านความคิด การสื่อความหมายระหว่างกัน การแก้ปัญหา การตัดสินใจ ล้วนต้องผ่าน เครื่องกรองที่เป็นมโนทัศน์มาก่อนทั้งสิ้น

ดังนั้น สรุปได้ว่า มโนทัศน์เป็นสิ่งจำเป็นสำหรับการดำเนินชีวิต เพราะมโนทัศน์เป็นรากฐานของความคิดในการเรียนรู้ในเรื่องใดๆ ช่วยให้เรียนรู้ในสิ่งที่เกี่ยวข้องได้รวดเร็วและมากขึ้น เมื่อมีการจัดระบบระเบียบของข้อมูลแล้วนำไปตั้งกฎเกณฑ์หลักการ ทำให้สามารถนำไปใช้ในการแก้ปัญหาต่างๆ ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

3. ประเภทของมโนทัศน์ทางเรขาคณิต

นักจิตวิทยาและนักการศึกษาได้จำแนกประเภทของมโนทัศน์ตามลักษณะหรือกฎเกณฑ์ที่แตกต่างกัน ดังต่อไปนี้

บุญเสริม ฤทธาภิรมณ์ (2523, หน้า 41-43) ได้แบ่งประเภทของมโนทัศน์เป็น 3 ประเภทในลักษณะที่คล้ายกัน ดังนี้

1. มโนทัศน์ที่มีลักษณะร่วมกัน เป็นมโนทัศน์ที่มีอยู่แล้วเป็นส่วนใหญ่มูลักษณะหลายๆ อย่างร่วมกัน ทำให้ง่ายในการเรียนรู้
2. มโนทัศน์ที่เป็นเชิงสัมพันธ์ เป็นความสัมพันธ์ระหว่างสมาชิกหรือส่วนของกลุ่มมาพิจารณาคุณลักษณะหรือคุณค่าที่แตกต่างกัน แต่มีความสัมพันธ์กันในบางลักษณะ

3. มโนทัศน์ที่เป็นเชิงวิเคราะห์ เป็นมโนทัศน์ที่อยู่บนพื้นฐานของคุณลักษณะที่สังเกตได้จากส่วนต่างๆ ของวัตถุ สิ่งของ เรื่องราวที่มีความซับซ้อนกว่าสองประเภทแรก

ประยูร อาษานาม (2537, หน้า 21) ได้แยกมโนทัศน์ออกเป็น 2 ดังนี้

1. มโนทัศน์ที่เกี่ยวกับคุณสมบัติ (Qualitative Concepts) เป็นการจำแนกสิ่งต่างๆ ตามขนาด รูปร่าง และสี เป็นต้น ซึ่งสามารถรับรู้สัมผัสได้

2. มโนทัศน์ที่เกี่ยวกับปริมาณ (Quantitative Concepts) เป็นเรื่องของนามธรรม เช่น จำนวนและการนับ

Bruner (1957, pp. 41–43) ได้แบ่งประเภทของมโนทัศน์ออกเป็น

3 ลักษณะ ดังนี้

1. มโนทัศน์ร่วมลักษณะ (Conjunctive Concepts) เป็นการมีลักษณะเฉพาะ (Attributes) ร่วมกันตั้งแต่ 2 ลักษณะขึ้นไป เช่น สมมุติเขียว ดอกไม้สีแดง หรือสิ่งเร้าที่พบเห็นโดยทั่วไปและคุ้นเคยในชีวิตประจำวันที่มีลักษณะร่วมกันตามขนาด รูปร่าง สี เป็นต้น

2. มโนทัศน์แยกลักษณะ (Disjunctive Concepts) เป็นการเลือกเอาอย่างใดอย่างหนึ่ง หรือทั้งสองอย่างร่วมกัน เช่น สัญลักษณ์ “0” อาจหมายถึงจำนวนเต็มศูนย์ (Zero) วงกลม ตัวอักษรโอในภาษาอังกฤษหรือไข่ฟองหนึ่ง

3. มโนทัศน์เชิงสัมพันธ์ (Relational Concepts) เป็นความสัมพันธ์ของเหตุการณ์สภาวะ หรือสิ่งเร้าตั้งแต่สองอย่างหรือมากกว่า เช่น ภาษีเงินได้สัมพันธ์กับระดับของรายได้

จากการแบ่งประเภทของมโนทัศน์ของนักจิตวิทยาและนักการศึกษาข้างต้นสรุปได้ว่า มโนทัศน์แบ่งเป็นมโนทัศน์ที่สามารถสังเกตและสัมผัสได้และมโนทัศน์ที่ไม่สามารถสังเกตและสัมผัสได้ต้องอาศัยการวิเคราะห์ โดยพิจารณาว่ามีลักษณะร่วมกันหรือแตกต่างกัน

4. การเรียนรู้มโนทัศน์และการสอนมโนทัศน์ทางเรขาคณิต

การสอนเพื่อให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ถือเป็นสิ่งสำคัญสำหรับการเรียนการสอนของครูทุกระดับการศึกษา เพราะมโนทัศน์เป็นรากฐานสำคัญของความคิด มนุษย์จะคิดไม่ได้ถ้าไม่มีมโนทัศน์ที่เป็นพื้นฐานเพราะมโนทัศน์จะช่วยให้การตั้งกฎเกณฑ์ หลักการต่างๆ และสามารถที่จะแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ได้

4.1 การเรียนรู้มโนทัศน์ (Learning Concepts)

Ausubel (1968, pp. 25–36) ได้สรุปว่า กระบวนการเรียนรู้มโนทัศน์อาจจะแบ่งออกได้เป็น 2 อย่าง คือ

1. Concept Formation หมายถึง การเรียนรู้มโนทัศน์จากประสบการณ์ของการเรียนรู้เป็นการเรียนรู้โดยการค้นพบหรือใช้วิธีอุปมาน (Inductive Process) ตัวอย่างเช่น เด็กที่เรียนรู้มโนทัศน์ของเครื่องใช้ในชีวิตประจำวัน เช่น หมวก และรองเท้า โดยมีประสบการณ์ว่าถ้าออกไปข้างนอกจะต้องสวมหมวกที่ศีรษะ สวมรองเท้าที่เท้า เป็นต้น เด็กจะรับรู้รูปร่างของหมวกและคำว่าหมวกแทนสิ่งที่ตนรับรู้และมีนิภาพ

2. Concept Assimilation หมายถึง เป็นกระบวนการเรียนรู้มโนทัศน์แบบอนุมาน (Deductive Process) โดยทราบคำจำกัดความของมโนทัศน์พร้อมทั้งยกตัวอย่างของมโนทัศน์และคุณลักษณะวิกฤติ (Critical Attributes) ของมโนทัศน์ เด็กและผู้ใหญ่ใช้กระบวนการ Concept Assimilation นี้

Frayer, Fredrick and Klausmeier (1969, p.68) ได้ศึกษาการเรียนรู้มโนทัศน์ของนักเรียนกลุ่มหนึ่งในโรงเรียนและได้ติดตามผลระยะยาว (Longitudinal Study) พบว่า การเรียนรู้มโนทัศน์ผู้เริ่มเรียนเรียนตามขั้นพัฒนาของสติปัญญาและได้แบ่งชั้นกระบวนการเรียนรู้มโนทัศน์ออกเป็น 4 ชั้น คือ

1. กระบวนการเรียนรู้ขั้นรูปธรรม (Concrete Level process)
2. กระบวนการเรียนรู้ขั้นเหมือน (Identity Level process)
3. กระบวนการเรียนรู้ขั้นที่จะสามารถแบ่งสิ่งต่างๆ เป็นจำพวกที่มีคุณลักษณะวิกฤติเหมือนกัน (Beginning Classificatory Level)
4. กระบวนการเรียนรู้ขั้นสูงสุด (Formal Level process)

4.2 การสอนมโนทัศน์ (Teaching Concepts)

พรณี ชูทัย เจนจิต (2538, หน้า 423-426) กล่าวถึงวิธีสอนเพื่อให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ซึ่งสรุปได้ดังนี้

1. กำหนดวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรมและอธิบายให้นักเรียนเข้าใจถึงวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรมนั้นว่า เมื่อเรียนจบแล้วนักเรียนสามารถจะทำอะไรได้บ้าง
2. วิเคราะห์สิ่งที่ครูจะทำการสอน โดยเน้นถึงลักษณะที่เด่นและสำคัญเพื่อให้นักเรียนมองเห็นได้ชัดเจน
3. ครูให้คำจำกัดความของมโนทัศน์ที่จะสอน โดยแนะนำให้นักเรียนสังเกตลักษณะร่วมที่เด่น ดังนั้นการใช้สื่อทางภาษาจึงเป็นสิ่งจำเป็นในการสอนมโนทัศน์เพราะนักเรียนจะต้องรู้จักคำต่างๆ ให้มาก
4. นำตัวอย่างมาแสดงหรือยกตัวอย่างมาประกอบการสอน เพื่อให้ นักเรียน ได้สังเกตเห็น สำหรับตัวอย่างที่เสนอนั้นอาจยกมาที่ละตัวอย่างหรือยกมาหลายๆ ตัวอย่างพร้อมกันก็ได้ แต่ตัวอย่างที่นำมาเสนอนั้นควรมีตัวอย่างที่ถูกต้องและตัวอย่างที่ผิดควบคู่กันไป เพื่อให้นักเรียนจะได้เกิดความเข้าใจในเรื่องรานั้นได้ถ่องแท้ขึ้น
5. ครูจะต้องเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ซักถามและตอบคำถามของครูเมื่อนักเรียนสามารถตอบคำถามของครูได้ถูกต้องครูก็ควรจะให้คำชมเชยนักเรียน เพื่อให้

นักเรียนเกิดกำลังใจที่จะเรียนรู้ต่อไป เพราะการเสริมแรงโดยสม่ำเสมอทุกระยะ เป็นสิ่งสำคัญในการเรียนรู้คณิตศาสตร์

6. ครูควรทดสอบการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยให้นักเรียนดูตัวอย่างทั้งในทางบวกและทางลบต่อเนื่องกันไป และให้นักเรียนเสื่อกว่าตัวอย่างไหนใช้ ตัวอย่างไหนไม่ใช่

7. ครูจะต้องพยายามให้นักเรียนอธิบายเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนรู้ไปแล้ว โดยสรุปเป็นคำพูดของนักเรียนเอง

4.3 การสอนคณิตศาสตร์ทางคณิตศาสตร์ (Teaching Mathematics Concepts)

อัมพร ม้าคนอง (2546, หน้า 25-26) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบที่ควรคำนึงในการสอนคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้

ขั้นการวางแผนการสอน ผู้สอนควรพิจารณารายละเอียดของหัวข้อต่อไปนี้

1. ชื่อคณิตศาสตร์ ลักษณะที่สำคัญและไม่สำคัญของคณิตศาสตร์ กฎของความเป็นคณิตศาสตร์ตัวอย่างคณิตศาสตร์และสิ่งที่ไม่ใช่ตัวอย่างแต่คล้ายคลึง คำถาม ทิศทางที่จะเน้นสื่อการเรียนรู้ ที่น่าสนใจและมีประสิทธิภาพ ระดับที่ต้องการให้นักเรียนเรียนรู้

2. ขั้นการสอนกิจกรรมที่จัดเพื่อสอนคณิตศาสตร์ควรรวมถึงสิ่งต่อไปนี้ การนำเข้าสู่คณิตศาสตร์ การให้ตัวอย่างและสิ่งไม่ใช่ตัวอย่างลำดับอันควรการฝึก การคิดเชิงเปรียบเทียบ การกระตุ้นให้นักเรียนถาม และการประเมินระดับการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียน

3. ขั้นการประเมินผล ควรประเมินในประเด็นสำคัญๆ ดังต่อไปนี้ ลักษณะของคณิตศาสตร์ ได้แก่ ลักษณะเฉพาะของลักษณะที่สำคัญและไม่สำคัญ ลักษณะเฉพาะของภูมิคณิตศาสตร์ การสัมพันธ์ของคณิตศาสตร์นั้นกับคณิตศาสตร์อื่น และการใช้คณิตศาสตร์

Frayer, Fredrick and Klausmeier (1969, p. 34) ได้แบ่งการสอนคณิตศาสตร์ออกเป็น 3 รูปแบบ คือ

1. การสอนคณิตศาสตร์ขั้นรูปธรรมและขั้นเหมือนเป็นการสอนคณิตศาสตร์ในขั้นต้นที่ผู้สอนควรเริ่มจากการใช้ของจริงและยกตัวอย่างประกอบจนนักเรียนสามารถสรุปคณิตศาสตร์นั้นได้ดีด้วยตัวนักเรียนเองซึ่งมีขั้นตอนดังต่อไปนี้

1.1 แสดงตัวอย่างหรืออาจเป็นของจริงหรือรูปภาพพร้อมกับมีของที่เหมือนกับตัวอย่างไว้หลายๆ อย่าง เช่น การสอนคณิตศาสตร์ “รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส” ครูควรจะ

ให้ตัวอย่างสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ต่างขนาดและต่างสีและขณะเดียวกันมีของที่ไม่ใช่ตัวอย่าง เช่น สามเหลี่ยม หรือวงกลมให้ดูด้วย เพื่อนักเรียนจะได้เห็นความแตกต่าง

1.2 แสดงตัวอย่างหรืออาจเป็นของจริงหรือรูปภาพพร้อมกับที่เป็นตัวอย่าง

1.3 ครูจะต้องบอกข้อมูลย้อนกลับให้นักเรียนทันทีว่าคำตอบของนักเรียนถูกหรือผิด โดยบอกว่า “ถูกแล้วเราเรียกรูปนี้ว่าสี่เหลี่ยมจัตุรัส” ถ้านักเรียนตอบผิดก็ต้องบอกให้ทราบ การบอกให้นักเรียนทราบทันทีว่าคำตอบนั้นถูกหรือผิดจะช่วยให้ นักเรียนจำสิ่งที่เรียนได้ดีขึ้น

1.4 ครูควรแสดงรูปภาพ “รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส” ที่ขนาดต่างไปหรือสีต่างไปให้นักเรียนดูและถามให้นักเรียนบอกว่าเป็นอะไร

1.5 ถ้ามีความจำเป็นต้องสอนนักเรียนซ้ำตั้งแต่ขั้นที่หนึ่งถึงขั้นที่สี่ก็ควรทำเพื่อความแน่ใจว่านักเรียนได้เรียนรู้โมโนทัศน์ที่ครูตั้งใจจะสอน

2. การสอนโมโนทัศน์ประเภทการจัดกลุ่มขั้นต้นเป็นการสอนที่ให้นักเรียนใช้วิธีอนุมานหรืออุปมานเพื่อแยกแยะได้ว่าสิ่งใดไม่ใช่โมโนทัศน์ที่เรียนโดยยกตัวอย่างประกอบจนนักเรียนสามารถสรุปโมโนทัศน์นั้นได้ด้วยตัวนักเรียนเองซึ่งมีขั้นตอนดังนี้

2.1 ครูยกตัวอย่างโมโนทัศน์ที่ต้องการนำเสนอพร้อมกับสิ่งที่ไม่ใช่ตัวอย่างสัก 2-3 ชนิดเช่นการสอนโมโนทัศน์ “รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส” ครูอาจให้นักเรียนดูตัวอย่างของ “สี่เหลี่ยมจัตุรัส” และสี่เหลี่ยมด้านไม่เท่ารูปต่างๆ รวมทั้งรูปสี่เหลี่ยมด้านไม่เท่าที่เกือบจะเหมือนกับ “รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส”

2.2 ช่วยหรือแนะนำให้นักเรียนใช้วิธีอนุมานหรืออุปมานเพื่อหาคุณลักษณะพิเศษของรูป “รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส” เป็นต้นว่าอาจให้นักเรียนวัดด้านทั้งสี่มีความยาวเท่ากัน นอกจากนี้อาจจะให้นักเรียนค้นพบเองหรือครูช่วยแนะให้วัดมุมทั้งสี่เพื่อค้นพบว่ามีมุมเท่ากันสี่มุม

2.3 ลองให้นักเรียนให้คำจำกัดความของ “รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส” ด้วยตนเองแม้ว่าคำจำกัดความจะไม่สมบูรณ์ก็ตาม แต่อย่างน้อยนักเรียนควรบอกคำจำกัดความได้ตามที่ค้นพบในชั้นสอง คือ เป็นรูปที่มีด้านเท่ากันสี่ด้านและมีมุมเท่ากันสี่มุม

2.4 ให้นักเรียนชี้รูป “รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส” ที่อยู่รวมกันรูปสี่เหลี่ยมด้านไม่เท่าอื่นๆ โดยให้คุณลักษณะวิกฤติที่นักเรียนค้นพบในชั้นสองเป็นเกณฑ์

3. การสอนโมโนทัศน์ขั้นที่วุฒิภาวะและขั้นสูงเป็นการสอนโมโนทัศน์ที่มีความเป็นนามธรรมมากขึ้น โดยมีขั้นตอนดังนี้

3.1 เตรียมตัวนักเรียนให้มีความสนใจและใส่ใจในมโนทัศน์ที่จะเรียนรู้ โดยบอกชื่อมโนทัศน์ที่จะเรียน เช่น บอกว่าวันนี้เราจะเรียนรูป “รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส” ให้คำจำกัดความของรูป “สี่เหลี่ยมจัตุรัส” และชี้ให้เห็น

3.2 ให้ตัวอย่างและสิ่งที่ไม่ใช่ตัวอย่างของมโนทัศน์ที่จะให้นักเรียน เรียนรู้พร้อมกับให้สิ่งที่ไม่ใช่ตัวอย่าง โดยให้ดูรูปภาพหรือของนั้น

3.3 ช่วยนักเรียนให้ใช้ความคิดตั้งคำถามที่จะทำให้สามารถบอกชื่อ และมโนทัศน์ที่จะเรียนรู้ได้ ตัวอย่างคำถามที่จะใช้ท้ายชื่อของมโนทัศน์ “รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส” มีดังต่อไปนี้

3.3.1 เป็นรูปหน้าราบใช่ไหม

3.3.2 เป็นรูปปิดทุกด้านใช่ไหม

3.3.3 เป็นรูปที่เรียบงายใช่ไหม

3.3.4 มีสี่ด้านใช่ไหม

3.3.5 ด้านทั้งสี่มีความยาวเท่ากันไหม

3.3.6 มุมทั้งสี่มุมเท่ากันหรือไม่ ถ้าคำตอบทุกข้อบอกว่า “ใช่” มโนทัศน์คือ “รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส”

3.4 ช่วยให้นักเรียนใช้คำจำกัดความของมโนทัศน์และคุณลักษณะที่สำคัญและวิกฤติของมโนทัศน์โดยคำพูดของนักเรียนเอง แต่ในขั้นนี้ครูควรจะต้องความ คาดหวังไว้ว่า นักเรียนจะสามารถรวมคุณลักษณะทั้งหมดไว้ในคำจำกัดความได้

3.5 ครูควรพยายามให้นักเรียนมีโอกาสใช้มโนทัศน์ที่เรียนรู้มาแล้ว ในการแก้ปัญหา

3.6 ครูควรบอกให้นักเรียนทราบมโนทัศน์ที่นักเรียนให้มานั้นถูก หรือผิด

De Cecco (1968, pp. 402–416) ได้กล่าวถึงวิธีการสอนเพื่อให้นักเรียนเกิด มโนทัศน์ ซึ่งครูควรปฏิบัติตาม 9 ขั้นตอน ดังต่อไปนี้

1. ระบุพฤติกรรมที่คาดหวังให้ชัดเจนเมื่อเรียนเรื่องใดเรื่องหนึ่ง จนจบแล้วจะต้องระบุว่านักเรียนจะทำอะไรได้บ้าง

2. วิเคราะห์มโนทัศน์ที่จะให้เรียนเน้นลักษณะที่เด่นๆ และสำคัญโดย จัดลำดับหรือหมวดหมู่เพื่อให้นักเรียนได้เข้าใจได้ง่ายขึ้น

3. ใช้ภาษาที่เข้าใจง่ายในการสอน เพื่อให้นักเรียนได้เข้าใจความหมายได้ ถูกต้อง

4. เสนอตัวอย่างทั้งทางบวกและทางลบของมโนทัศน์ให้มากเพียงพอ เพื่อให้นักเรียนได้สังเกต สรุปลักษณะของมโนทัศน์และแยกแยะลักษณะที่เกี่ยวข้องหรือไม่เกี่ยวข้อง

5. เสนอตัวอย่างทั้งทางบวกและทางลบที่ละเอียดอย่างพร้อมๆ กันหรือในระยะเวลาที่ใกล้เคียงกัน

6. เสนอตัวอย่างทางบวกใหม่ของมโนทัศน์ที่ต้องการสอนเพื่อให้นักเรียนสามารถสรุปความคิดทั่วไปและตอบสนองต่อสิ่งเร้าใหม่

7. เสนอตัวอย่างใหม่ๆ ทั้งทางบวกและทางลบหลายๆ ตัวอย่างเพื่อให้ นักเรียนเลือกเฉพาะตัวอย่างในทางบวกที่เกี่ยวข้องกันเท่านั้น

8. ให้นักเรียนให้คำจำกัดของมโนทัศน์นั้น

9. ให้นักเรียนลองใช้มโนทัศน์ที่เรียนมาแล้ว และให้แรงเสริมในการเรียนรู้อ มโนทัศน์ใหม่ๆ ของนักเรียน

ตัวอย่างของมโนทัศน์และตัวอย่างที่ไม่ใช่มโนทัศน์ ได้แก่ การจำแนก ตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์ไม่ใช่มโนทัศน์และเหตุผลที่ใช้ในการจำแนกการสอนมโนทัศน์ทาง คณิตศาสตร์มีอยู่หลายวิธีที่เป็นวิธีสอนหลักๆ ก็คือ การสอนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ด้วย กลวิธีการสร้างมโนทัศน์ และการสอนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์โดยใช้มูฟ ซึ่งสรุปได้ดังนี้

1. การสอนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ด้วยกลวิธีการสร้างมโนทัศน์ ซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของการสอนแบบอุปนัย (Inductive) เช่น โมเดลการสร้างมโนทัศน์ของ lasley Matczynski (1997, p. 94) ซึ่งมีขั้นตอนดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 การผลิตข้อมูล (Data Grouping) การผลิตข้อมูลจากการเรียนหรือผู้สอน โดยผู้สอนทำหน้าที่กำนกรองว่าข้อมูลที่ได้เป็นสิ่งที่ต้องการหรือมา และเพียงพอหรือยัง

ขั้นตอนที่ 2 การจัดกลุ่มข้อมูล (Data Grouping) นักเรียนจำแนก ข้อมูลที่มีลักษณะร่วมกันว่ามีลักษณะตามมโนทัศน์ที่เรียนหรือไม่ แล้วแยกเป็นกลุ่มๆ โดยใช้เกณฑ์หรือผู้สอนหรือหลักการตามรับรู้ของตนเอง

ขั้นตอนที่ 3 การขยายความประเภทข้อมูล (Expanding the category) ผู้สอนทำการตรวจสอบแต่ละกลุ่ม แล้วใช้คำถามเพื่อให้ นักเรียนอธิบายวิธีคิดในการจัด ประเภทเป็นการขยายความจากลักษณะที่เห็นไปสู่ความหมายที่แท้จริงและความสัมพันธ์ ของคุณลักษณะต่างๆ ของข้อมูล

ข้อตอนที่ 4 การสรุปปิด (Closure) ให้นักเรียนสร้างข้อสรุปทั่วไปที่สัมพันธ์ภายในประเภทเดียวกัน หรือสรุปความหมายของประเภทที่จัดและการถ่ายโยงความสัมพันธ์ต่างๆ ซึ่งเป็นการใช้การคิดวิเคราะห์ระดับสูงที่จะช่วยให้นักเรียนเกิดความเข้าใจอย่างลึกซึ้งซึ่งจะสามารถสร้างความรู้หรือมโนทัศน์ด้วยตนเอง

2. การสอนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์โดยใช้มูฟ (Moves) บอกความรู้ การสอนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์โดยใช้มูฟ เป็นการพัฒนาวิธีการสอนของ Cooney, Davis and Henderson (1983, p. 92) มีกระบวนการสอนอยู่ 3 ขั้นตอน คือการสอนมโนทัศน์ การนำเสนอมโนทัศน์ (Present) และการให้ความกระจ่างเกี่ยวกับมโนทัศน์ (Clarify) ในการสอนจะแยกเป็นขั้นตอนย่อยๆ ได้ดังนี้

2.1 การให้บทนิยาม (Defining) สำหรับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ที่มีคุณลักษณะที่เด่นชัดจำเป็นต้องใช้บทนิยาม แต่ในมโนทัศน์ที่มีคุณลักษณะไม่ชัดเจนก็อาจจะไม่ต้องแสดงก็ได้

2.2 การกล่าวถึงเงื่อนไขที่เพียงพอ (Stating a Sufficient Condition) การให้เงื่อนไขที่เพียงพอจะช่วยให้นักเรียนสามารถสิ่งที่เป็นตัวอย่างของมโนทัศน์ได้

2.3 การยกสิ่งที่เป็นตัวอย่างหนึ่งตัวอย่าง หรือมากกว่าหนึ่งตัวอย่าง (Giving one Examples) การให้สิ่งที่เป็นตัวอย่างจะช่วยให้ช่วยให้นักเรียนเข้าใจมโนทัศน์การที่มีความเป็นนามธรรมมากอาจจะอาจไม่สามารถใช้ได้

2.4 การยกสิ่งที่เป็นตัวอย่างพร้อมเหตุผล (Giving an Exanple With a Reason) การให้นักเรียนให้คำอธิบายว่าเหตุสิ่งที่ยกมาจึงเป็นตัวอย่างของมโนทัศน์ การให้เหตุผลเป็นเงื่อนไขที่เพียงพอวิธีนี้เหมาะกับนักเรียนที่เรียนช้า

2.5 การเปรียบเทียบความคล้ายคลึงและความแตกต่าง (Comparing and Contrasting) ให้นักเรียนมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งที่คุ้นเคยมาก่อนแล้วค่อยๆ ให้สิ่งที่คุ้นเคยน้อยลงจนนักเรียนมองเห็นสิ่งที่คล้ายคลึงกับแตกต่างกันแล้วนำคุณลักษณะมาเปรียบเทียบกัน

2.6 การยกตัวอย่างค้าน (Givng a Contexampls) ให้ตัวอย่างที่แสดงการพิสูจน์แย้งนัยทั่วไปที่ไม่ถูกต้อง ตัวอย่างค้านจะแสดงได้ในสองลักษณะ คือ ยกสิ่งที่เป็นตัวอย่างและสิ่งที่ไม่เป็นตัวอย่าง

2.7 การกล่าวถึงเงื่อนไข (Staing a Necessry Condition) การให้เรียนทราบเงื่อนไขที่จำเป็นเพื่อจะทำความเข้าใจในมโนทัศน์นั้น เช่น นักเรียนบอกว่ารูปสี่เหลี่ยม

ที่มีด้านสองด้านขนานกันจะเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน เพราะนักเรียนไม่เข้าใจเงื่อนไขที่จำเป็น คือ ด้านที่อยู่ตรงข้ามกันของรูปสี่เหลี่ยมนั้นจะต้องขนานกันด้วย

2.8 การกล่าวถึงเงื่อนไขที่จำเป็นและเพียงพอ (stating a necessary and sufficient Condition) การให้นิยามของบางมโนทัศน์อาจจะต้องผ่านมโนทัศน์อื่นจึงจะชัดเจนจึงจำเป็นต้องกล่าวถึงเงื่อนไขนั้นให้เพียงพอ

2.9 การให้สิ่งที่ไม่เป็นตัวอย่างหนึ่งตัวอย่างหรือมากกว่าหนึ่งตัวอย่าง (Giving One Non-example or More Non-examples) การเรียนรู้มโนทัศน์อาจจะต้องใช้การวิเคราะห์สิ่งที่เป็นตัวอย่างและสิ่งที่ไม่เป็นตัวอย่างควบคู่กันไป จนนักเรียนสรุปเงื่อนไขที่จำเป็นและเพียงพอได้การยกสิ่งที่เป็นตัวอย่างจะช่วยให้นักเรียนเข้าใจมโนทัศน์ได้กระจ่างชัดขึ้น ควรใช้หลังจากใช้บทนิยามแล้วและเมื่อนักเรียนมีมโนทัศน์ที่สับสนเกี่ยวกับเงื่อนไขที่จำเป็น

2.10 การให้สิ่งที่ไม่เป็นตัวอย่างพร้อมเหตุผล (Giving a Non-example With a Reason) การให้สิ่งที่ไม่เป็นตัวอย่างพร้อมเหตุผลว่าเหตุใดจึงไม่เป็นตัวอย่างจะช่วยให้นักเรียนเห็นการเชื่อมโยงระหว่างเงื่อนไขที่จำเป็นที่ไม่เป็นตัวอย่าง

2.11 การยกคุณลักษณะที่ไม่ใช่เงื่อนไขที่จำเป็นและเพียงพอ (Giving a Characteristic With IS Neither Necessary Nor Sufficient Condition) บางครั้งในการสอนผู้สอนจำเป็นต้องยกสิ่งที่เป็นคุณลักษณะของมโนทัศน์แทนการยกสิ่งที่เป็นตัวอย่างในการสอนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นมโนทัศน์ที่มีความเป็นนามธรรมควรที่ผู้สอนจะต้องใช้วิธีการสอนที่หลากหลาย ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับลักษณะของเนื้อหาต่างๆ เพื่อให้ให้นักเรียนมีความเข้าใจความหมายอย่างลึกซึ้ง

4.4 การวัดมโนทัศน์

เมื่อนักเรียนได้รับการเรียนรู้มโนทัศน์แล้ว การตรวจสอบความรู้ของนักเรียนว่ามีความรู้ความเข้าใจในมโนทัศน์ที่ได้เรียนลึกซึ้งเพียงใดจึงเป็นสิ่งสำคัญอย่างยิ่ง

ชวาล แพร์ตกุล (2520, หน้า 56) ได้เสนอแนะเกี่ยวกับการวัดมโนทัศน์ว่าเป็นการวัดที่ในระดับสูงสุดของการวัดความรู้ความจำ ยังไม่ถึงขั้นที่ใช้ความคิด และถือว่าการวัดมโนทัศน์เป็นส่วนหนึ่งของการวัดผลสัมฤทธิ์การเรียนรู้ซึ่งวัดได้ 2 ลักษณะสรุปได้ดังนี้

1. การวัดความรู้เกี่ยวกับหลักวิชาและการขยายหลักวิชา (principle) ของเรื่องราวต่างๆ

2. การวัดความรู้เกี่ยวกับทฤษฎีและโครงสร้างของหลักวิชานั้นๆ

ลักษณะที่ 1 การวัดความรู้เกี่ยวกับหลักวิชาและการขยายหลักวิชาของเรื่องราวต่างๆ หลักวิชา หมายถึง คติหลักการหรือหัวใจของเรื่องที่เกิดขึ้นหลายๆ มโนทัศน์มารวมกันซึ่งมีที่มาของลักษณะ ดังนี้

1. เป็นเรื่องราวเหตุการณ์หรือวัตถุดิบของที่เคยปรากฏมาแล้วอย่างน้อยสองครั้งจึงจะสามารถมีมโนทัศน์เกี่ยวกับเรื่องนั้นได้สิ่งใดสิ่งใดที่มีชนิดเดียวหรือเหตุการณ์ที่ขึ้นเพียงครั้งเดียวไม่ถือว่าเป็นมโนทัศน์ เช่น ในอวกาศมีดวงอาทิตย์ของจักรวาลเพียงดวงเดียวและไม่มีจักรวาลอื่นใดอีกอย่างนี้เป็นความจริงเพียงหนึ่งเดียวจึงไม่สามารถเขียนคำถามวัดมโนทัศน์ได้เพราะไม่สามารถสรุปได้ว่าอย่างไร

2. เป็นเรื่องราว เหตุการณ์ หรือวัตถุดิบของที่ปรากฏขึ้นแต่ละครั้งจะต้องเกิดกันคนละที่แต่จะมีลักษณะบางอย่างคล้ายกัน เช่น ดาวเคราะห์ มี 9 ดวง โคจรรอบดวงอาทิตย์จะอยู่กันคนละที่และไม่เหมือนกันแต่ละดวงจะมีลักษณะรวมคือไม่มีแสงในตัวเอง มีสัณฐานกลมและหมุนรอบดวงอาทิตย์เป็นต้นลักษณะรวมเหล่านี้ถือว่าของดาวเคราะห์การขยาย(Generalized) หมายถึงการนำหลักการหรือคติของเรื่องราวในสถานการณ์อื่นให้ไกลออกไปจากเดิมหรือเป็นเป็นสรุปออกนอกเรื่องนั้นซึ่งบุคคลนั้นจะสามารถสร้างหรือคัดเลือกใจความสำคัญของเรื่องให้ได้เสียก่อนเช่นบทสรุปตอนท้ายของนิทานอีสป

ลักษณะที่ 2 การวัดความรู้เกี่ยวกับทฤษฎีและโครงสร้างของหลักวิชานั้นเป็นการวัดเกี่ยวกับคติหรือการของหลายสิ่งหลายเนื้อหากที่สัมพันธ์กันเป็นพวกเดียวและอยู่ในสกุลเดียวกันด้วยค้นหาทฤษฎีและโครงสร้างของหลักวิชานั้นๆ

frayer, fradrick anKlausmeier (1969, p. 46) ได้ศึกษาการพัฒนาามโนทัศน์ทางเรขาคณิตเกี่ยวกับรูปสี่เหลี่ยมของนักเรียนเกรด 4 และเกรด 6 โดยใช้สื่อการสอนและได้พัฒนารูปแบบการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สรุปได้ว่า ในการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์จะต้องทำการวิเคราะห์มโนทัศน์ในเนื้อหานั้นก่อนแล้วจึงค่อยออกข้อสอบให้สอดคล้องกับมโนทัศน์นั้นๆ แบบทดสอบที่ใช้วัดมโนทัศน์ควรประกอบด้วย

1. คุณลักษณะของตัวอย่างมโนทัศน์
2. สิ่งที่เป็นตัวอย่างและไม่ใชตัวอย่างของมโนทัศน์
3. คุณลักษณะที่มีความสัมพันธ์และมาสัมพันธ์กัน
4. คำจำกัดความของมโนทัศน์
5. การนำมโนทัศน์ไปสู่หลักการ

Wilson (1971, pp. 645–670) ได้จัดให้การวัดมโนทัศน์เป็นการวัดพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัยในระดับความเข้าใจและให้ความหมายของความรู้เกี่ยวกับมโนทัศน์ (Knowledge of Concepts) ไว้ว่าเป็นความสามารถในการสรุปความหมายของสิ่งที่ได้เรียนตามความเข้าใจของตนเอง รู้จักนำข้อเท็จจริงของเนื้อหาต่างๆ ที่เรียนรู้มาสัมพันธ์กัน โดยการนำมาสรุปความหมายของสิ่งนั้นอีกครั้งหนึ่ง

จากแนวคิดดังกล่าวสรุปได้ว่าการวัดมโนทัศน์เป็นการวัดด้านพุทธิพิสัยในระดับความเข้าใจหรือความรู้ ความรู้ที่วัดได้ 2 ลักษณะ คือ การวัดความรู้เกี่ยวกับหลักวิชาและการขยายหลักวิชาและการวัดความรู้เกี่ยวกับทฤษฎีและโครงสร้างของหลักวิชา ซึ่งจะต้องทำการวัดมโนทัศน์ในเนื้อหานั้นก่อนจึงออกข้อสอบให้สอดคล้องกับมโนทัศน์นั้น

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์

กระทรวงศึกษาธิการ (2551, หน้า 2–3) กล่าวถึงการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ที่ทำให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้อย่างมีคุณภาพนั้นจะต้องให้มีความสมดุลระหว่างสาระด้านความรู้ ทักษะและกระบวนการควบคู่ไปกับคุณธรรม จริยธรรมและค่านิยมที่พึงประสงค์ ได้แก่ การทำงานอย่างเป็นระบบ มีระเบียบ มีความรับผิดชอบ มีความรอบคอบ มีวิจาร์ณญาณ มีความเชื่อมั่นในตนเอง พร้อมทั้งตระหนักในคุณค่าและมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ ซึ่งสำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา (2547) ได้กล่าวถึงการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ครูผู้สอนควรคำนึงถึงสิ่งต่อไปนี้

1. กระบวนการเรียนรู้ควรจัดให้สอดคล้องกับความสนใจและความถนัดของผู้เรียนได้คำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคลและวุฒิภาวะของผู้เรียน
2. การจัดเนื้อหาสาระทางคณิตศาสตร์ต้องคำนึงถึงความยากง่าย ความต่อเนื่อง
3. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ต้องคำนึงถึงลำดับของการเรียนรู้ โดยจัดกิจกรรมให้ผู้เรียนได้มีโอกาสเรียนรู้จากประสบการณ์จริง รวมทั้งปลูกฝังนิสัยให้รักในการศึกษาและแสวงหาความรู้ทางคณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่อง
4. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ควรจัดประสบการณ์ให้ผู้เรียนได้เกิดการเรียนรู้ที่สมดุลทั้ง 3 ด้าน ได้แก่

4.1 ด้านความรู้ ประกอบด้วย สาระการเรียนรู้เกี่ยวกับจำนวนและการดำเนินการ การวัด เรขาคณิต การวิเคราะห์ข้อมูล และความน่าจะเป็น

4.2 ด้านทักษะและกระบวนการ ประกอบด้วย การแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมาย การนำเสนอ การเชื่อมโยง ความคิดสร้างสรรค์

4.3 ด้านคุณธรรม จริยธรรม และค่านิยม ประกอบด้วย ตระหนักในคุณค่าและมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ สามารถทำงานอย่างเป็นระบบ มีระเบียบวินัย รอบคอบ มีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ ความสามารถทำงานอย่างเป็นระบบ มีระเบียบ วินัย รอบคอบ มีความรับผิดชอบ และมีความรับผิดชอบ มีวิจรรย์ญาณและมีความเชื่อมั่นในตนเอง

5. ส่งเสริมสนับสนุนให้ผู้สอนสามารถจัดบรรยากาศสภาพแวดล้อม สื่อการเรียนการสอนรวมทั้งอำนวยความสะดวกเพื่อให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้และมีความรู้ทางคณิตศาสตร์พื้นฐานที่สำคัญและจำเป็น

1. การจัดการกิจกรรมการเรียนรู้

การจัดการกิจกรรมการเรียนรู้เป็นกระบวนการสำคัญในการนำหลักสูตรสู่ การปฏิบัติหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน เป็นหลักสูตรที่มีมาตรฐานการเรียนรู้ สมรรถนะสำคัญของผู้เรียนและคุณลักษณะอันพึงประสงค์เป็นเป้าหมายสำคัญสำหรับ พัฒนาเด็กและเยาวชน ผู้สอนต้องพยายามคัดสรรกระบวนการเรียนรู้จัดการเรียนรู้ เพื่อ พัฒนาผู้เรียนให้มีคุณภาพตามมาตรฐานการเรียนรู้ทั้ง 8 กลุ่มสาระการเรียนรู้ รวมทั้ง ปลูกฝังเสริมสร้างคุณลักษณะอันพึงประสงค์ พัฒนาทักษะต่างๆ อันเป็นสมรรถนะสำคัญ ที่ต้องการให้เกิดแก่ผู้เรียน (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551ข, หน้า 25) ดังนี้

1.1 หลักการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้

การจัดการกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อให้ผู้เรียนมีความรู้ความสามารถตามมาตรฐาน การเรียนรู้สมรรถนะสำคัญและคุณลักษณะอันพึงประสงค์ตามที่กำหนดไว้ในหลักสูตร แกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน โดยยึดหลักว่า ผู้เรียนมีความสำคัญที่สุด เชื่อว่าทุกคนมี ความสามารถเรียนรู้และพัฒนาตนเองได้ ยึดประโยชน์ที่เกิดกับผู้เรียน กระบวนการจัดการ เรียนรู้ต้องส่งเสริมให้ผู้เรียนสามารถพัฒนาตามธรรมชาติและตามศักยภาพ คำนึงถึง ความแตกต่างระหว่างบุคคลและพัฒนาการทางสมอง เน้นให้ความสำคัญทั้งความรู้และ คุณธรรม

1.2 กระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ ผู้เรียนจะต้องอาศัยกระบวนการเรียนรู้ที่หลากหลาย เป็นเครื่องมือที่จะนำพาตนเองไปสู่เป้าหมายของหลักสูตรกระบวนการเรียนรู้ที่จำเป็นสำหรับผู้เรียน อาทิ กระบวนการเรียนรู้แบบบูรณาการ กระบวนการสร้างความรู้ กระบวนการคิด กระบวนการทางสังคม กระบวนการเผชิญสถานการณ์ กระบวนการจัดการ กระบวนการวิจัย กระบวนการเรียนรู้ของตนเอง กระบวนการพิจารณาลักษณะนิสัยกระบวนการเหล่านี้เป็นแนวทางในการจัดการเรียนรู้ได้ดี บรรลุเป้าหมายของหลักสูตร ดังนั้น ผู้สอนจึงจำเป็นต้องศึกษาทำความเข้าใจในกระบวนการเรียนรู้ต่างๆ เพื่อให้สามารถเลือกใช้ในการจัดกระบวนการเรียนรู้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

1.3 การออกแบบการจัดการเรียนรู้

ผู้สอนต้องศึกษาหลักสูตรสถานศึกษาให้เข้าใจถึงมาตรฐานการเรียนรู้ขีดสมรรถนะสำคัญของผู้เรียนคุณลักษณะอันพึงประสงค์ แล้วจึงพิจารณาออกแบบการจัดการเรียนรู้โดยเลือกใช้วิธีสอนและเทคนิคการสอน สื่อแหล่งเรียนรู้ การวัดและประเมินผล เพื่อให้ผู้เรียนได้พัฒนาเต็มศักยภาพและบรรลุตามมาตรฐานการเรียนรู้ซึ่งเป็นเป้าหมายที่กำหนด

2. การวัดผลประเมินผลการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์

การวัดและประเมินผลด้านทักษะและกระบวนการสามารถประเมินได้ ระหว่างการเรียนการสอน หรือประเมินไปพร้อมกับการประเมินด้านความรู้

กระทรวงศึกษาธิการ (2547, หน้า 6) ได้เสนอแนวทางการวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์ ดังนี้

2.1 ผู้สอนไม่ควรมุ่งวัดแต่ด้านความรู้เพียงด้านเดียว ควรจัดให้ครอบคลุมด้านทักษะ กระบวนการ และด้านคุณธรรม จริยธรรมและค่านิยมด้วย ทั้งนี้ต้องวัดให้สอดคล้องกับมาตรฐานการเรียนรู้ที่กำหนดไว้ในหลักสูตร

2.2 การวัดผลและการประเมินผล ควรใช้วิธีการที่หลากหลายสอดคล้องและเหมาะสมกับ วัตถุประสงค์ของการวัด เช่น การวัดเพื่อปรับปรุงคุณภาพการเรียนการสอนและเพื่อพัฒนาผู้เรียน การวัดผลเพื่อวินิจฉัยหาจุดบกพร่องของผู้เรียน การวัดผลเพื่อตัดสินผลการเรียนของผู้เรียน การประเมินผล ตามสภาพที่แท้จริง โดยวิธีการสังเกต แฟ้มสะสมผลงาน โครงการคณิตศาสตร์ การสัมภาษณ์ เป็นต้น

2.3 ควรมุ่งเน้นการวัดสมรรถภาพโดยรวมของผู้เรียนเป็นหลักและผู้สอนต้องถือว่าการวัดผลและการประเมินผลเป็นส่วนหนึ่งของกระบวนการเรียนรู้

2.4 หัวใจของการวัดผลประเมินผลไม่ใช่อยู่ที่การวัดผลหรือประเมินตัดสินได้หรือตกของผู้เรียนเพียงอย่างเดียว แต่อยู่ที่การวัดเพื่อนำข้อมูลมาใช้ในการปรับปรุงการเรียนการสอนที่ช่วยพัฒนาให้ผู้เรียนสามารถเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพและเต็มศักยภาพ

3. บทบาทหน้าที่ครูผู้สอนคณิตศาสตร์

ครูผู้สอนคณิตศาสตร์เป็นบุคคลที่มีบทบาทและความสำคัญยิ่งที่จะทำให้การเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียนบรรลุมาตรฐานของกลุ่มคณิตศาสตร์ผู้สอนคณิตศาสตร์จึงต้องมีความสามารถดังนี้ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2554, หน้า 190-191)

3.1 มีความรู้และประสบการณ์ทางด้านการจัดการเรียนรู้ มีความสามารถในการพัฒนาความรู้และสร้างประสบการณ์ให้ผู้เรียนเข้าใจและปฏิบัติได้จริง รู้ความต่อเนื่องของเนื้อหา สามารถเชื่อมโยงเนื้อหาในศาสตร์เดียวกันและศาสตร์อื่น รวมถึงการจัดเนื้อหาได้เหมาะสมกับผู้เรียน

3.2 มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับความสำคัญ ธรรมชาติและลักษณะวิชาเฉพาะของวิชาคณิตศาสตร์ สามารถจัดสาระการเรียนรู้ ด้านทักษะ กระบวนการ ด้านคุณธรรม จริยธรรมและค่านิยมได้ตรงตามหลักสูตร สามารถจัดกิจกรรมการเรียนรู้ พัฒนาสื่อการเรียนรู้ วัดผลและประเมินผลการเรียนรู้ให้ได้ตามมาตรฐานการเรียนรู้

3.3 เป็นผู้ที่ไม่แสวงหาความรู้ ปรับปรุงและพัฒนาตนเองให้ก้าวทันวิทยาการใหม่ๆ อยู่เสมอ มีความคิดสร้างสรรค์

3.4 รู้จักธรรมชาติ เข้าใจความต้องการของผู้เรียนเปิดโอกาสให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการเรียนรู้ได้ลงมือปฏิบัติจริง

3.5 มีความสามารถในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้อย่างหลากหลาย ใช้สื่อเทคโนโลยีอย่างเหมาะสมตลอดจนสร้างบรรยากาศให้เอื้อต่อการเรียนรู้

3.6 เป็นผู้สอนที่ดี มีคุณธรรม จริยธรรม และจรรยาบรรณในวิชาชีพครู นอกจากนี้กระทรวงศึกษาธิการยังได้กำหนดองค์ประกอบการจัดการเรียนรู้ให้แก่ครูคณิตศาสตร์ คือ ครูจะต้องมีความรู้ความเข้าใจในจุดประสงค์การเรียนรู้มีทักษะในการจัดกระบวนการเรียนการสอน มีทักษะในการวัดผลประเมินผลเพื่อพัฒนาผู้เรียนให้มีคุณลักษณะตามจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนด และยังได้กำหนดบทบาทของครูผู้สอน

ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551, หน้า 26) ไว้ดังนี้

1. ศึกษาวิเคราะห์ผู้เรียนเป็นรายบุคคลแล้วนำข้อมูลมาใช้ในการวางแผนการจัดการเรียนรู้ที่ท้าทายความสามารถของผู้เรียน
2. กำหนดเป้าหมายที่ต้องการให้เกิดขึ้นกับผู้เรียน ด้านความรู้และทักษะกระบวนการที่เป็นความคิดรวบยอด หลักการและความสัมพันธ์ รวมทั้งคุณลักษณะอันพึงประสงค์
3. ออกแบบการเรียนรู้และจัดการเรียนรู้ที่ตอบสนองความแตกต่างระหว่างบุคคลและพัฒนาการทางสมองเพื่อนำผู้เรียนไปสู่เป้าหมาย
4. จัดบรรยากาศที่เอื้อต่อการเรียนรู้และดูแลช่วยเหลือผู้เรียนให้เกิดการเรียนรู้
5. จัดเตรียมและเลือกใช้สื่อให้เหมาะสมกับกิจกรรม นำภูมิปัญญาท้องถิ่น เทคโนโลยีที่เหมาะสมมาประยุกต์ใช้ในการจัดการเรียนการสอน
6. ประเมินความก้าวหน้าของผู้เรียนด้วยวิธีการที่หลากหลาย เหมาะสมกับธรรมชาติของวิชาการและระดับพัฒนาการของผู้เรียน
7. วิเคราะห์ผลการประเมินมาใช้ในการซ่อมเสริมและพัฒนาผู้เรียนรวมทั้งปรับปรุงการจัดการเรียนการสอนของตนเอง

4. การเรียนการสอนเรขาคณิต

ในการเรียนเรขาคณิตพบว่า นักเรียนส่วนมากมีปัญหาไม่เข้าใจในการพิสูจน์ นักเรียนไม่สามารถพิสูจน์เรขาคณิตได้ จึงมีครูและนักคณิตศาสตร์หลายท่านได้พยายามศึกษาและค้นคว้าเพื่อแก้ปัญหาคือความไม่เข้าใจในการเรียนเรขาคณิต ในปี ค.ศ. 1945 สามี และภรรยาชาวเนเธอร์แลนด์ เพียร์ แวนฮีลี (Pierre Van Hiele และไดนา แวน ฮีลี (Dina Van Hiele) ได้ศึกษาวิจัยเกี่ยวกับการรับรู้ทางเรขาคณิตเป็นผลให้ได้ แวนฮีลีเดล หรือเป็นที่รู้จักกันโดยทั่วไปว่า ระดับขั้นของ แวน ฮีลี เกี่ยวกับพัฒนาการทางความคิดเรขาคณิต (The van Hiele levels of geometric thought) ซึ่งเป็นขั้นกระบวนการคิดในการเรียนเรขาคณิต โดยเริ่มจากง่ายไปหายาก ดังต่อไปนี้ (Serra, 1989, p. 4, Thomas, 1992, pp.71-86, Clements&battista, 1992, pp. 421-428, Burger&Culpepper, 1993, pp. 140-142 อ้างถึงใน วรณวิภา สุทธิเกียรติ, 2542, หน้า 21-22)

1. ชั้น 0 หรือชั้นพื้นฐาน

การสร้างภาพนามธรรมเป็นชั้นที่นักเรียนสามารถเรียนรู้ศัพท์และจดจำได้จากรูปร่างที่มองเห็น แต่ไม่สามารถบอกลักษณะย่อยที่มีความสัมพันธ์ระหว่างภายในรูปและระหว่างรูปที่มองเห็นได้

2. ชั้น 1 การวิเคราะห์

เป็นชั้นที่นักเรียนรับรู้และสามารถวิเคราะห์ห้มนิเทศเกี่ยวกับรูปเรขาคณิตได้ชัดเจนมากขึ้น จากการสังเกต การวัด การสร้างรูปและแบบจำลอง แต่ไม่สามารถเชื่อมโยงลักษณะของรูปหนึ่งไปอีกรูปหนึ่งได้

3. ชั้น 2 การพิสูจน์แบบนิรนัยอย่างไม่เป็นแบบแผน

เป็นชั้นที่นักเรียนสามารถบอกรายละเอียดปลีกย่อยเกี่ยวกับสมบัติของรูปต่างๆ ทางเรขาคณิต สามารถเปรียบเทียบและบอกความสัมพันธ์เกี่ยวข้องกันได้ รวมทั้งบอกลักษณะที่แตกต่างกันได้ แต่นักเรียนยังไม่เข้าใจบทบาทของสัจพจน์ และการเชื่อมโยงของข้อความต่างๆ โดยใช้ตรรกศาสตร์

4. ชั้น 3 การพิสูจน์แบบนิรนัยอย่างเป็นแบบแผน

เป็นชั้นที่นักเรียนสามารถเข้าใจการพิสูจน์ที่มีกฎเกณฑ์ คู่กันเคยกับการพิสูจน์โดยทราบว่าจะอะไรคือสิ่งที่กำหนดให้และอะไรคือสิ่งที่ต้องการพิสูจน์ รู้จักตั้งกฎเกณฑ์และข้อโต้แย้งในการคิดไปตามลำดับเหตุผล รู้ว่าทำไมสิ่งที่กำลังพิสูจน์อยู่เป็นจริงและเป็นได้อย่างไร อาจจะพิสูจน์สิ่งที่ต้องการพิสูจน์ได้มากกว่าหนึ่งวิธี

5. ชั้น 4 ชั้นสุดท้าย

เป็นชั้นที่นักเรียนสามารถคิดอย่างนามธรรม สามารถเปรียบเทียบระบบต่างๆ เช่น การเปรียบเทียบสัจพจน์ ทฤษฎีบท และเรขาคณิตนอกระบบยูคลิด จัดทฤษฎีบทต่างๆ เข้าเป็นระบบระเบียบและสร้างทฤษฎีบท

แวน ฮิลล์ ได้ระบุสมบัติของพัฒนาการทางความคิดเรขาคณิตดังกล่าว ไว้ดังนี้ (Crowley, 1987, p. 4 อ้างถึงใน วรรณวิภา สุทธิเกียรติ, 2542, หน้า 22) ไว้ดังนี้

1. นักเรียนจะต้องผ่านระดับขั้นของความคิดจากขั้นแรกไปสู่ขั้นที่สูงกว่า โดยไม่มีการข้ามระดับ

2. การที่นักเรียนจะผ่านแต่ละระดับขั้นขึ้นอยู่กับการค้นหาและวิธีสอนมากกว่าอายุ ไม่มีวิธีสอนใดที่จะทำให้ นักเรียนข้ามระดับได้ เช่น ข้ามจากชั้น 0 ไปเป็นชั้น 3 ไม่ได้

3. ลักษณะของสิ่งที่อยู่ในระดับหนึ่งจะกลายเป็นสิ่งที่ต้องศึกษาในระดับถัดไป เช่น ในชั้น 0 เพียงรู้จักรูป ถึงแม้ว่าจะสามารถแยกรูปได้โดยสมบัติแต่ก็ยังไม่ได้จนกว่าจะถึงชั้นที่ 1 จึงจะวิเคราะห์รูปและองค์ประกอบของรูปและค้นพบสมบัติต่างๆ

4. ในแต่ละระดับมีลักษณะของแต่ละภาษาที่ใช้และมีลักษณะของการเชื่อมโยงความสัมพันธ์ที่เกี่ยวข้องกับภาษาที่ใช้

5. ถ้าใช้การสอนในระดับที่สูงกว่าไปสอนนักเรียนที่อยู่ระดับต่ำกว่า ความก้าวหน้าทางการเรียนของนักเรียนจะไม่เกิดขึ้น

จะเห็นได้ว่าระดับชั้นของ แวน ฮีลี มีความสำคัญต่อการศึกษาและนำไปใช้ในการเรียนการสอนเรขาคณิตและเป็นที่เชื่อกันว่าความล้มเหลวต่างๆ ในการเรียนการสอนเรขาคณิตปัจจุบันมีส่วนมาจากการจัดการเรียนการสอนที่ไม่คำนึงถึงชั้นการสอนของ แวน ฮีลี

สรุปได้ว่า ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์นั้น ครูจะต้องมีความรู้ความเข้าใจในหลักสูตรคณิตศาสตร์ ธรรมชาติของวิชาคณิตศาสตร์ ธรรมชาติของผู้เรียน การจัดการกระบวนการเรียนรู้ ครูต้องจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญรวมถึงจัดเนื้อหาให้เชื่อมโยงในกลุ่มสาระการเรียนรู้ และวัดผลประเมินผลการเรียนรู้ให้ได้ตามมาตรฐานการเรียนรู้ที่หลักสูตรกำหนดนอกจากนี้แล้วครูยังต้องมีคุณธรรมและค่านิยมที่ดีด้วย ซึ่งผู้วิจัยได้ใช้กระบวนการเรียนรู้ 3 ขั้นตอนมาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ดังนี้

1. ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน ผู้สอนแจกคู่มือการใช้โปรแกรมเดอะจีโอมิเตอร์สเก็ตซ์แพด โดยสังเขปโดยเน้นประยุกต์ใช้กับเนื้อหาเรขาคณิต

2. ขั้นสอน สอนเนื้อหาใหม่โดยใช้โปรแกรมเดอะจีโอมิเตอร์สเก็ตซ์แพดโดยให้ผู้เรียนเปิดไฟล์โปรแกรม ศึกษาคู่มือการใช้ประกอบการเรียนรู้ในเนื้อหาเรื่อง การแปลงทางเรขาคณิต การสร้างสรรค์ผลงานโดยใช้โปรแกรมเดอะจีโอมิเตอร์สเก็ตซ์แพด เน้นการเรียนการสอนที่ให้ผู้เรียนได้ฝึกทักษะโดยมีผู้สอนให้คำแนะนำ ช่วยแก้ปัญหาเมื่อผู้เรียนต้องการกระตุ้นให้ผู้เรียนทำกิจกรรมและเป็นผู้สรุปประเด็นสำคัญ อภิปราย ทำกิจกรรมกลุ่ม นำเสนอผลงาน

3. ขั้นสรุป ผู้สอนและผู้เรียนสรุปเนื้อหาที่เรียนและนำปัญหาต่างๆ ที่พบเห็นมาแก้ไขเพื่อให้ผู้เรียนได้เข้าใจยิ่งขึ้นสามารถนำเสนอผลงานชิ้นงานตนเองและนำมาใช้ในชีวิตประจำวัน

เนื้อหาเกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิต ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ของ สสวท. กระทรวงศึกษาธิการ

การจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ในระดับมัธยมศึกษาปีที่ 2 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 และตามหลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนบ้านบัวราษฎร์บำรุง ได้กำหนดเวลาเรียนคณิตศาสตร์พื้นฐาน 120 ชั่วโมง มีสาระการเรียนรู้ทั้งหมด 9 หน่วย ดังนี้

1. อัตราส่วนและร้อยละ	18	ชั่วโมง
2. การวัด	9	ชั่วโมง
3. แผนภูมิรูปวงกลม	6	ชั่วโมง
4. การแปลงทางเรขาคณิต	12	ชั่วโมง
5. ความเท่ากันทุกประการ	15	ชั่วโมง
6. ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง	15	ชั่วโมง
7. การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	12	ชั่วโมง
8. ทฤษฎีบทพีทาโกรัส	15	ชั่วโมง
9. เส้นขนาน	18	ชั่วโมง
รวม	120	ชั่วโมง

ตาราง 3 การจัดสาระการเรียนรู้รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน สาระหลัก เรขาคณิต
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

หน่วยการเรียนรู้ที่	สาระการเรียนรู้	จำนวนชั่วโมง
1	<p>ความเท่ากันทุกประการ</p> <p>-ความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม</p> <p>-รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน</p> <p>-รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม</p> <p>-รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน</p>	<p>12</p> <p>3</p> <p>3</p> <p>3</p> <p>3</p>
2	<p>ทฤษฎีพีทาโกรัส</p> <p>-ทฤษฎีบทพีทาโกรัส</p> <p>-บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส</p> <p>-การแก้ปัญหหรือสถานการณ์โดยใช้ทฤษฎีบท พีทาโกรัสและบทกลับ</p>	<p>15</p> <p>4</p> <p>4</p> <p>7</p>
3	<p>เส้นขนาน</p> <p>-สมบัติของเส้นขนาน</p> <p>-รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-มุม-ด้าน</p> <p>-การให้เหตุผลและแก้ปัญหาโดยใช้สมบัติของ เส้นขนานและความเท่ากันทุกประการของรูป สามเหลี่ยม</p>	<p>12</p> <p>4</p> <p>4</p> <p>4</p>
4	<p>การแปลงทางเรขาคณิต</p> <p>-การเลื่อนขนาน</p> <p>-การสะท้อน</p> <p>-การหมุน</p>	<p>12</p> <p>4</p> <p>4</p> <p>4</p>

ความพึงพอใจ

1. ความหมายของความพึงพอใจ

ความพึงพอใจหรือความพอใจ ตรงกับภาษาอังกฤษว่า “Satisfaction” ได้มีนักวิชาการหลายท่าน ให้ความหมายของความพึงพอใจเป็นกระบวนการทางจิตวิทยา เป็นความรู้สึกที่ดีหรือพอใจ มีความเต็มใจพร้อมใจของบุคคลในการดำเนินงาน ที่รับรู้ด้วยจิตใจและอาจแสดงออกมาให้บุคคลรอบข้างได้รับรู้ไว้ ดังนี้

ธงชัย สันติวงษ์ (2530, หน้า 391) ได้ให้ความหมายว่า ความพึงพอใจ หมายถึง ความรู้สึกที่เกิดจากการได้รับตอบสนองความต้องการของตนเองอย่างดีหรือสมบูรณ์ที่สุด

นิตยา ภูมิศักดิ์ (2535, หน้า 208) ได้ให้ความหมายว่า ความพึงพอใจ หมายถึง ความต้องการที่บุคคลมุ่งที่จะแสดงพฤติกรรมออกมาเพื่อตอบสนองความต้องการ

ปริยาพร วงศ์บุตรโรจน์ (2539, หน้า 130) ได้ให้ความหมายว่า ความพึงพอใจ หมายถึง ความรู้สึกรวมของบุคคลที่ต่อการทำงานในทางบวกที่เป็นความสุขของบุคคลที่เกิดจากการปฏิบัติงานที่ได้รับผลตอบแทนคือผลที่เป็นความพึงพอใจที่ทำให้บุคคลเกิดความรู้สึกกระตือรือร้นมีความมุ่งมั่นที่จะทำ

ลักขณา สรวิวัฒน์ (2539, หน้า 132) ได้ให้ความหมายว่า ความพึงพอใจ หมายถึง พฤติกรรมที่สนองความต้องการของมนุษย์และเป็นพฤติกรรมที่นำไปสู่จุดมุ่งหมายที่ตั้งไว้

ประสาธ อิศรปริดา (2541, หน้า 300) ได้ให้ความหมายว่า ความพึงพอใจ หมายถึง พลังที่เกิดจากพลังทางจิตที่มีผลไปสู่เป้าหมายที่ต้องการและหาสิ่งที่ต้องการมาตอบสนอง

Wolman (1979, p. 283) ได้ให้ความหมายว่า ความพึงพอใจหมายถึง ความรู้สึก มีความสุขเมื่อได้รับผลสำเร็จตามความมุ่งหมาย

Davis (1981, p. 83) ได้ให้ความหมายว่า ความพึงพอใจ หมายถึง ความรู้สึกเมื่อได้รับในสิ่งที่อยากได้หรือเป็นไปตามต้องการ

Applewhite (1965, p. 6) ได้ให้ความหมายว่า ความพึงพอใจ หมายถึง ความรู้สึกส่วนตัวของบุคคลในการปฏิบัติงาน ซึ่งมีความหมายรวมถึง ความพึงพอใจในสภาพแวดล้อมทางกายภาพในที่ทำงานด้วย ได้แก่การมีความสุข ได้ทำงานร่วมกับเพื่อนร่วมงานที่เข้ากันได้ มีเจตคติที่ดีต่องาน และมีความพอใจกับสิ่งที่ได้รับ

Good (1973, p. 161) ได้ให้ความหมายว่า ความพึงพอใจ หมายถึง สภาพหรือระดับความพึงพอใจที่เป็นผลมาจากความสนใจและเจตคติของบุคคล

Reber (1985, p. 83) ให้ความหมายเกี่ยวกับความพึงพอใจไว้ว่า หมายถึง สภาวะทางอารมณ์ (Emotional State) ของบุคคลที่นำไปสู่เป้าหมายความสำเร็จ

จากความหมายของความพึงพอใจที่นักวิชาการกล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยสรุปได้ว่าความพึงพอใจ หมายถึง ความรู้สึกที่ดี หรือความรู้สึกบวกของบุคคลที่มีต่อสิ่งใดสิ่งหนึ่งอันเนื่องมาจากความสำเร็จ ความสมประสงค์ในสิ่งที่ตนคาดหวังไว้ เป็นความรู้สึกที่สามารถปรับเปลี่ยนได้เสมอ ขึ้นอยู่กับสภาพการณ์ สภาพแวดล้อม ช่วงเวลาในขณะนั้นๆ ดังนั้นความพึงพอใจในการเรียนรู้จึงหมายถึงความสนใจ ความรู้สึกพอใจ ชอบใจ ในการร่วมปฏิบัติกิจกรรมการเรียนการสอนและความต้องการร่วมกิจกรรมนั้นๆ จนบรรลุผลสำเร็จ

2. แนวคิดทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับความพึงพอใจ

ในการปฏิบัติงานใดๆ ก็ตาม การที่ผู้ปฏิบัติงานจะเกิดความพึงพอใจต่อการทำงานนั้นมากหรือน้อย ขึ้นอยู่กับสิ่งจูงใจในงานที่ทำอยู่ การสร้างสิ่งจูงใจหรือแรงกระตุ้นให้เกิดกับผู้ปฏิบัติงานจึงเป็นสิ่งจำเป็น เพื่อการปฏิบัติงานนั้นๆ เป็นไปตามวัตถุประสงค์ที่วางไว้ มีนักการศึกษาในสาขาต่างๆ ทำการศึกษาค้นคว้าทฤษฎีสำหรับการสร้างความพึงพอใจมีหลายทฤษฎี ทฤษฎีที่ได้รับการยอมรับและผู้วิจัยนำเสนอได้แก่ ทฤษฎีความต้องการลำดับขั้นของมาสโลว์ (Maslow's General Theory) เป็นที่รู้จักและยอมรับกันแพร่หลาย “Hierarchy of Need” ทฤษฎีการจูงใจของมาสโลว์ มีข้อสมมุติฐานเกี่ยวกับพฤติกรรมของมนุษย์ 3 ประการดังนี้ (สุรางค์ โค้วตระกูล, 2533, หน้า 111-118)

1. ทุกคนมีความต้องการและความต้องการนี้มีอยู่ตลอดเวลาและไม่มีที่สิ้นสุด
2. ความต้องการที่ได้รับการตอบสนองแล้วจะไม่เป็นสิ่งจูงใจและพฤติกรรมอีกต่อไปความต้องการที่ยังไม่ได้รับการตอบสนองเท่านั้นที่เป็นสิ่งจูงใจของพฤติกรรม
3. ความต้องการของคนจะมีลักษณะเป็นลำดับขั้นจากต่ำไปหาสูงตามลำดับความสำคัญกล่าวคือเมื่อความต้องการในระดับต่ำได้รับการตอบสนองแล้วความต้องการระดับสูงก็จะเรียกร้องให้ตอบสนอง มาสโลว์ ได้สรุปลักษณะของการจูงใจไว้ว่าการจูงใจจะเป็นไปอย่างมีระเบียบลำดับขั้นของความต้องการหรือตามทฤษฎีของมาสโลว์จะมีลักษณะตามลำดับจากต่ำไปหาสูง 5 ชั้น ดังนี้

3.1 ความต้องการทางด้านร่างกาย (Physiological Need) เป็นความต้องการเบื้องต้นเพื่อความอยู่รอดเช่น ความต้องการในเรื่องอาหาร น้ำ ที่อยู่อาศัย เครื่องนุ่งห่ม ยารักษาโรคความต้องการพักผ่อน ความต้องการทางเพศ ฯลฯ ความต้องการทางด้านร่างกายจะมีอิทธิพลต่อพฤติกรรมของคนก็ต่อเมื่อความต้องการทางด้านร่างกายยังไม่ได้รับการตอบสนองเลยในด้านนี้โดยปกติแล้ว องค์การทุกแห่งมักจะตอบสนองความต้องการของแต่ละคนด้วยวิธีทางอ้อม คือการจ่ายเงินค่าจ้าง

3.2 ความต้องการความปลอดภัยหรือความมั่นคง (Security of Safety Need) เมื่อความต้องการทางด้านร่างกายได้รับการตอบสนองตามสมควรแล้วมนุษย์จะมีความต้องการในขั้นที่สูงขึ้นต่อไปคือ ความต้องการความปลอดภัยหรือความมั่นคงต่างๆ ความต้องการความปลอดภัยจะเป็นเรื่องเกี่ยวกับการป้องกันเพื่อให้เกิดความปลอดภัยจากอันตรายต่างๆ ที่เกิดขึ้นกับการดำรงชีพเช่น ความมั่นคงในหน้าที่การงาน สถานะทางสังคม

3.3 ความต้องการทางด้านสังคม (Social or Belongingness Need) ภายหลังจากคนที่ได้รับการตอบสนองในสองขั้นดังกล่าวแล้วก็就会有ความต้องการสูงขึ้นคือ ความต้องการทางด้านสังคมจะเริ่มเป็นสิ่งจูงใจที่สำคัญต่อพฤติกรรมของคน ความต้องการทางด้านนี้จะเป็นความต้องการอยู่ร่วมกันและได้รับการยอมรับจากบุคคลอื่น และความรู้สึกว่าตนเองนั้นเป็นส่วนหนึ่งของกลุ่มทางสังคมอยู่เสมอ

3.4 ความต้องการที่จะมีฐานะเด่นทางสังคม (Esteem or Status need) ความต้องการขั้นต่อมาเป็นความต้องการที่ประกอบด้วยสิ่งต่างๆ ดังนี้คือ ความมั่นใจตนเองในเรื่องความสามารถ ความรู้และความสำคัญของตนเอง รวมทั้งความต้องการที่จะมีฐานะเด่นเป็นที่ยอมรับของบุคคลอื่น หรืออยาก让别人ยกย่องสรรเสริญในความรับผิดชอบในหน้าที่การงาน

3.5 ความต้องการที่จะได้รับความสำเร็จในชีวิต (Self – actualization or Self – realization) ลำดับความต้องการสูงสุดของมนุษย์คือความต้องการที่สำเร็จในชีวิตตามความนึกคิดหรือความคาดหวัง ทะเยอทะยาน ใฝ่ฝัน ในขั้นนี้จะเกิดขึ้นและมักเป็นความต้องการที่เป็นอิสระเฉพาะแต่ละคน ซึ่งต่างมีความนึกคิดใฝ่ฝันที่อยากจะได้รับความสำเร็จในสิ่งอันสูงส่งในทัศนะของตนเองสาระสำคัญของทฤษฎีความต้องการตามลำดับขั้นของมาสโลว์ สรุปได้ว่าความต้องการทั้ง 5 ชั้น ของมนุษย์มีความสำคัญไม่เท่ากัน บุคคลแต่ละบุคคลจะปฏิบัติตนให้สอดคล้องกับการบำบัดความต้องการในแต่ละชั้นที่เกิดขึ้น การจูงใจตามทฤษฎีนี้จะต้องพยายามตอบสนองความต้องการของมนุษย์ ซึ่งมี

ความต้องการลำดับชั้นที่แตกต่างกันไป และความต้องการในแต่ละชั้นจะมีความสำคัญแก่บุคคลมากน้อยเพียงใดนั้น ก็ขึ้นอยู่กับความพึงพอใจที่ได้รับจากการตอบสนองของความต้องการในลำดับชั้น

3. การวัดความพึงพอใจ

ความพึงพอใจจะเกิดขึ้นได้หรือไม่นั้นจะต้องพิจารณาถึงลักษณะการจัดกิจกรรมประกอบกับระดับความรู้สึกของนักเรียนในมิติต่างๆ ของแต่ละบุคคล ดังนั้นการวัดความพึงพอใจอาจทำได้หลายวิธีดังต่อไปนี้ (สาโรช ไสยสมบัติ, 2534, หน้า 39)

1. การใช้แบบสอบถาม ซึ่งเป็นวิธีที่นิยมกันอย่างแพร่หลายวิธีหนึ่ง เป็นการขอร้องหรือขอความร่วมมือจากกลุ่มบุคคลที่ต้องการวัด แสดงความคิดเห็นลงบนแบบฟอร์มที่กำหนดคำตอบไว้ให้เลือกหรือเป็นคำตอบอิสระ โดยคำถามที่ถามอาจจะถามถึงความพึงพอใจในกิจกรรมต่างๆ ที่กำลังทำอยู่

2. การสัมภาษณ์ ซึ่งเป็นวิธีการที่จะได้ทราบถึงระดับความพึงพอใจของผู้มาใช้บริการซึ่งเป็นวิธีการที่ต้องอาศัยเทคนิคและความชำนาญพิเศษของผู้สัมภาษณ์ที่จะจูงใจให้ผู้สัมภาษณ์ตอบคำถามให้ตรงกับข้อเท็จจริง การวัดความพึงพอใจด้วยวิธีสัมภาษณ์นับว่าเป็นวิธีการที่ประหยัดและมีประสิทธิภาพอีกวิธีหนึ่ง

3. การสังเกต เป็นอีกวิธีหนึ่งที่ทำให้ทราบถึงระดับความพึงพอใจของผู้มาใช้บริการได้โดยวิธีการสังเกตจากพฤติกรรมทั้งก่อนและหลังการมารับบริการ สังเกตได้จากกิริยาการพูด สีหน้าและความถี่ของการมารับบริการ การวัดระดับความพึงพอใจในวิธีนี้ ผู้วัดจะต้องกระทำอย่างจริงจังและมีแบบแผนที่แน่นอน จึงจะสามารถประเมินถึงระดับความพึงพอใจของผู้มาใช้บริการได้อย่างถูกต้อง

สรุปได้ว่า ความพึงพอใจในการเรียน และผลจากการเรียนมีความสัมพันธ์กันมากโดยขึ้นอยู่กับกิจกรรมที่นักเรียนได้ปฏิบัติ และการตอบสนองความต้องการของนักเรียนมากน้อยเพียงใด ดังนั้นครูผู้สอนจะต้องคำนึงถึงองค์ประกอบที่จะช่วยเสริมสร้างความพึงพอใจในการเรียนรู้ให้กับนักเรียน เพื่อจะนำไปสู่ความสำเร็จต่อไป

จากแนวคิดพื้นฐานดังกล่าว เมื่อนำมาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ผลตอบแทนภายในหรือรางวัลภายใน เป็นผลด้านความรู้สึกของนักเรียนที่เกิดขึ้นแก่ตัวนักเรียนเองเช่น ความรู้สึกต่อความสำเร็จที่เกิดขึ้นเมื่อสามารถเอาชนะความยุ่งยากต่างๆ และสามารถดำเนินงานภายใต้ความยุ่งยากทั้งหลายได้สำเร็จ ทำให้เกิดความภาคภูมิใจ

ความมั่นใจ ตลอดจนจนได้รับการยกย่องจากบุคคลอื่น ส่วนผลตอบแทนภายนอก เป็นรางวัลที่ผู้อื่นจัดหามาให้มากกว่าที่ตนเองให้ตนเอง เช่น การได้รับคำยกย่องจากครูผู้สอน พ่อแม่ ผู้ปกครองหรือแม้แต่การได้รับคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในระดับที่น่าพอใจ ความพึงพอใจในการเรียนขึ้นอยู่กับว่า กิจกรรมที่นักเรียนได้ปฏิบัติงาน ทำให้นักเรียน ได้รับการตอบสนองความต้องการทางด้านร่างกายและจิตใจในทางบวกเพียงใด

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยเรื่องการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โปรแกรม เดอะจีโอมีเตอร์สเก็ตซ์แพด เรื่อง การแปลงทางเรขาคณิต ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผู้วิจัยได้ศึกษาและรวบรวมเอกสารงานวิจัยที่เกี่ยวข้องทั้งในประเทศและต่างประเทศไว้ดังนี้

1. งานวิจัยในประเทศ

วรรณวิภา สุทธเกียรติ (2542, หน้า 81-85) ได้ทำการพัฒนาบทเรียนเรขาคณิตที่ใช้ซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้ มีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนาบทเรียนเรขาคณิตที่ใช้ซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์ (GSP) บทเรียนประกอบด้วยเนื้อหาเรขาคณิตที่เป็นพื้นฐาน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย แผนการเรียนวิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์ กิจกรรมการเรียนรู้มีลักษณะส่งเสริมให้นักเรียนคิดจินตนาการ เพิ่มพูนความรู้ทางเรขาคณิตด้วยการลงมือปฏิบัติโดยการสำรวจ ตั้งข้อคาดเดาและสืบเสาะหาเหตุผล ตามความเหมาะสมเพื่อตรวจสอบข้อคาดเดา กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลอง ตามขั้นตอนการพัฒนาบทเรียนเรขาคณิต ได้แก่ นักเรียนอาสาสมัครจำนวน 42 คน ซึ่งเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย แผนการเรียนวิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์ โรงเรียนสมานวิทยา ปีการศึกษา 2541 ผลการวิจัยพบว่าบทเรียนเรขาคณิตมีคุณภาพตามเกณฑ์การตัดสิน 70/70 ดังนั้นบทเรียนเรขาคณิตที่พัฒนาขึ้นสามารถทำให้นักเรียนเรียนบรรลุจุดประสงค์การเรียนรู้ และได้บทเรียนมีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ที่กำหนด

ชนพันธ์ สะอาดไพร (2546, บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่องการแปลงทางเรขาคณิต โดยการค้นพบ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสงวนหญิง จังหวัดสุพรรณบุรี ผลการวิจัยพบว่า (1) แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่องการแปลงทางเรขาคณิตโดยการค้นพบสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสงวนหญิง จังหวัดสุพรรณบุรี มีความเหมาะสมที่จะใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

การสอนกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสงวนหญิง จังหวัดสุพรรณบุรีได้ (2) นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์หลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่องการแปลงทางเรขาคณิต โดยการค้นพบ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสงวนหญิง ได้ค่าเฉลี่ย 27.02 คิดเป็นร้อยละ 84.44 ผ่านเกณฑ์ทุกคน (3) นักเรียนมีความพึงพอใจต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่องการแปลงทางเรขาคณิต โดยการค้นพบสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสงวนหญิง จังหวัดสุพรรณบุรี มีความพึงพอใจอยู่ในเกณฑ์ดี

พรไพโร ฝ่าอินทร์จันทร์ (2546, หน้า 41) ได้ศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิต โดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสงวนหญิง จังหวัดสุพรรณบุรี ผลการวิจัยพบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิต โดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์ หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 พบว่านักเรียนสามารถสร้างชิ้นงานที่ใช้ความรู้เกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิตและสามารถอธิบายโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง

พัชรินทร์ ยอดปนนท์ (2546, บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิต โดยใช้ภูมิปัญญาท้องถิ่น สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนเสริมงามวิทยาคม จังหวัดลำปาง ผลการวิจัยพบว่า (1) แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิต โดยใช้ภูมิปัญญาท้องถิ่นมีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ที่ 80/80 (2) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องการแปลงทางเรขาคณิต โดยใช้ภูมิปัญญาท้องถิ่นหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

วัชรสันต์ อินธิสาร (2547, หน้า 95) ได้ศึกษามโนทัศน์ทางเรขาคณิตของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นที่เรียนโดยใช้โปรแกรมGSP และเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางเรขาคณิตของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง และต่ำ ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนโดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpadเปรียบเทียบ มโนทัศน์ทางเรขาคณิตของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นระหว่างนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง และต่ำ หลังเรียนโดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ตลอดจนเปรียบเทียบเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นระหว่างนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง และต่ำ หลังเรียนโดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสุนารีวิทยาปีการศึกษา 2547

จำนวน 60 คนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง และต่ำ ใช้เวลาในการสอนทั้งหมด 5 สัปดาห์เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือ แบบวัดเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์และแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางเรขาคณิต วิเคราะห์ข้อมูลโดยหาค่ามัชฌิมเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ค่าร้อยละ ทดสอบค่าที(t-test) วิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียว (One-way Analysis of Variance) และเปรียบเทียบความแตกต่างระหว่างค่ามัชฌิมเลขคณิตเป็นรายคู่ โดยใช้วิธีของ (Sheffe's method) ผลการวิจัยสรุปว่านักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นมีมโนทัศน์ทางเรขาคณิตหลังเรียนโดยใช้ โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 50 นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง และต่ำ มีมโนทัศน์ทางเรขาคณิตหลังเรียนโดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad สูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 และนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง และต่ำ มีมโนทัศน์ทางเรขาคณิตหลังเรียนโดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad

อารยา ชำนาญกิจ (2548, หน้า 56) ได้ศึกษาการพัฒนาเครือข่ายเสมือน เรื่องการแปลงทางเรขาคณิต สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผลการวิจัยพบว่า (1) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ .01 (2) นักเรียนช่วงชั้นที่ 3 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีความคิดเห็นต่อรูปแบบและการเรียนด้วยเครือข่ายเสมือนหนึ่งการแปลงทางเรขาคณิตร้อยละ 80 ขึ้นไป

นุตพล ธรรมลังกา (2549, บทคัดย่อ) ได้ศึกษาการทดลองเปรียบเทียบเจตคติของนักเรียนก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้โดยใช้สื่อการสอนคอมพิวเตอร์ (โปรแกรม The Geometer's Sketchpad) รายวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง “กราฟของฟังก์ชันเอ็กโพเนนเชียล” ซึ่งทำการศึกษาทำกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2547 โรงเรียนตากวิทยาคม อำเภอเมืองตาก จำนวน 44 คน ผลการศึกษารูปได้ว่าเจตคติของนักเรียนหลังจากเรียนรู้โดยใช้สื่อการสอนคอมพิวเตอร์ (โปรแกรม The Geometer's Sketchpad) รายวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง “กราฟของฟังก์ชันเอ็กโพเนนเชียล” สูงกว่าเจตคติของนักเรียนก่อนจัดการเรียนรู้ซึ่งนักเรียนส่วนใหญ่ให้ความสนใจและมีเจตคติที่ดีต่อการเรียนการสอนแบบใช้สื่อ ICT

ทองขาว แสงสุริจันทร์ (2550, บทคัดย่อ) ได้ศึกษาระดับความคิดเชิงเรขาคณิตของนักเรียนในชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นของประเทศสาธารณรัฐประชาธิปไตยประชาชนลาว ในบริบทการเรียนรู้การสอนการเรียนการสอนที่ใช้โปรแกรม GSP เป็นเครื่องมือ โดยใช้นักเรียนกลุ่มเป้าหมายเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 6 คน จาก 20 คน ที่เข้าทำการทดสอบวัดระดับความคิดเชิงเรขาคณิต ตามรูปแบบของ Van Hiele นักเรียนทั้ง 6 คนนี้มีความคิดเชิงเรขาคณิตอยู่ในระดับที่ 2 การคิดวิเคราะห์ ผลจากการวิเคราะห์ข้อมูลพบว่าในขณะที่นักเรียนทำกิจกรรมการเรียนรู้การสอน เรื่องการแปลงทางเรขาคณิต โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad นักเรียนได้แสดงระดับความคิดเชิงเรขาคณิต ตามรูปแบบระดับความคิดของ Van Hiele ในระดับที่ 3 การให้เหตุผลเชิงนิรนัยอย่างไม่เป็นแบบแผน

เรณูวัฒน์ พงษ์อุทธา (2550, หน้า 91-95) ได้เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง พาราโบลา เจตคติต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างการจัดกิจกรรมโดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นสื่อกับการจัดกิจกรรมตามปกติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนห้วยเม็กวิทยาคม อำเภอห้วยเม็ก สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษากาฬสินธุ์ เขต 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2549 ผลการวิจัยพบว่านักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมโดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นสื่อมีเจตคติต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมตามปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 และมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง พาราโบลา เจตคติต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และความสามารถในการคิดวิเคราะห์สูงกว่านักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมตามปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 สรุปได้ว่าการจัดกิจกรรมโดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นสื่อช่วยพัฒนาการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น จึงควรสนับสนุนให้ครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์นำไปประยุกต์ใช้ในการเรียนการสอนต่อไป

สันติ อธิพิพนาวากุล (2550, หน้า 92) ได้พัฒนาชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนโดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เพื่อส่งเสริมความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผลการวิจัยพบว่า ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนโดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad มีประสิทธิภาพ 85.94/86.64 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ 80/80 ที่กำหนด ความคิดรวบยอดสูงขึ้น ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 65

ชยาภรณ์ รักพอ (2551, บทคัดย่อ) ได้ศึกษาการพัฒนาชุดกิจกรรมเรื่องการแปลงทางเรขาคณิตโดยเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับลวดลายเวียงกาหลง ผลการพัฒนาได้ชุดกิจกรรมที่เชื่อมโยงการแปลงทางเรขาคณิตกับลวดลายบนเครื่องปั้นดินเผาเวียงกาหลง จำนวน 5 หน่วย หน่วยที่ 1 เป็นกิจกรรมเกี่ยวกับลวดลายบนเครื่องปั้นดินเผาเวียงกาหลง หน่วยที่ 2 ลายก้านขด เป็นกิจกรรมเกี่ยวกับการเลื่อนขนาน หน่วยที่ 3 ลายดอกบัว เป็นกิจกรรมเกี่ยวกับการสะท้อน หน่วยที่ 4 ลายกลีบดอกไม้ เป็นกิจกรรมเกี่ยวกับการหมุน หน่วยที่ 5 เป็นกิจกรรมเกี่ยวกับการประยุกต์ความรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิตเพื่อออกแบบลวดลายบนเครื่องปั้นดินเผาเวียงกาหลงแบบใหม่ๆ ผลการหาประสิทธิภาพของชุดกิจกรรมในการทดลองแบบหนึ่งต่อหนึ่งแบบกลุ่มเล็กและภาคสนาม มีประสิทธิภาพเท่ากับ 80.92/81.67, 84.24/83.13 และ 86.28/84.34 ตามลำดับซึ่งเป็นไปตามเกณฑ์มาตรฐาน 80/80 ที่กำหนดไว้ นอกจากนี้นักเรียนมีความสนุกสนาน เรื่องการแปลงทางเรขาคณิต กับลวดลายเวียงกาหลง อีกทั้งนักเรียนยังมีความประทับใจ ความกระตือรือร้นกับกิจกรรมการเรียนการสอนที่ประยุกต์ให้กับภูมิปัญญาท้องถิ่นของนักเรียนเอง

รุ่งทิวา วงศ์ศร (2551, บทคัดย่อ) ได้ศึกษาบทบาทของครูคณิตศาสตร์ที่ใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นเครื่องมือประกอบการเรียนรู้ เป็นกรณีศึกษาบทบาทของครูคณิตศาสตร์โรงเรียนน้ำพองศึกษาที่สอน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 1 คน ที่จัดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่อง การเรียนรู้ ตามแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง วงรี โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ผลการวิจัยพบ บทบาทของครูที่ใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นเครื่องมือการเรียนรู้มี 3 บทบาท โดยเรียงจากบทบาทที่ครูแสดงมากที่สุดไปหาน้อย คือ บทบาทของครูในฐานะผู้อำนวยความสะดวกและผู้ชี้แนะ บทบาทของครูผู้ตรวจตราภายนอก ได้แก่ การใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนเห็นสถานการณ์ปัญหาและกระบวนการแก้ปัญหาการนำอภิปรายเกี่ยวกับคำ ข้อความหรือประโยคที่นักเรียนไม่เข้าใจ บทบาทของครูในฐานะผู้ร่วมเรียน ไม่พบบทบาทครูในฐานะผู้เป็นแบบอย่างนักแก้ปัญหา เนื่องจากนักเรียนต้องปฏิบัติกิจกรรมด้วยตนเอง

กิตติศักดิ์ พวงศรีเคน (2552, หน้า 74) ได้ศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องกำหนดการเชิงเส้นชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนหนองพอกวิทยา อำเภอหนองพอก จังหวัดร้อยเอ็ด จำนวน 48 คน ซึ่งได้มาจากการเลือกแบบเจาะจง (Purposive Sampling) พบว่าแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ มีประสิทธิภาพ

สูงกว่าเกณฑ์ที่ตั้งไว้ ผลการจําดกกิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนโดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 75 นักเรียนมีความคงทนในการเรียนรู้ เรื่องกำหนดการเชิงเส้นโดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad หลังจากเรียนไปแล้ว 15 วัน และมีความพึงพอใจต่อการเรียนโดยรวมอยู่ในระดับมาก มีค่าเฉลี่ยความพึงพอใจเท่ากับ 4.40

ประภาภรณ์ สินเจริญ (2552, หน้า 48–52) ได้ศึกษาผลการจําดกกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรมจีเอสพีสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนเทศบาล 5 พลลโยธินรามินทรภักดี จังหวัดราชบุรี ผลการวิจัยพบว่า (1) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนโดยใช้โปรแกรมจีเอสพี สูงกว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของกลุ่มที่เรียนโดยวิธีสอนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05 และ (2) นักเรียนมีความคิดเห็นในระดับมากเกี่ยวกับการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรมจีเอสพี เรื่อง การให้เหตุผลเชิงอุปนัยและการสร้างกราฟ

อชมา มาลินี (2557, หน้า 47) ได้ศึกษาผลการพัฒนาชุดการเรียนรู้ตามวัฏจักรการเรียนรู้ 4 MAT โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เรื่องการแปลงทางเรขาคณิตระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 2 พบว่าผลการพัฒนาชุดการเรียนรู้ตามวัฏจักรการเรียนรู้ 4 MAT โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ที่สร้างขึ้นมีประสิทธิภาพ 78.56/76.26 ซึ่งสอดคล้องกับเกณฑ์ที่กำหนดไว้

2. งานวิจัยต่างประเทศ

Foletta (1994, p. 2311 – A) ได้ศึกษาเรื่องการใช้เทคโนโลยีและแนวทางการตรวจสอบความเข้าใจเกี่ยวกับการคิดของนักเรียนเมื่อใช้โปรแกรม GSP ในการเรียนวิชาเรขาคณิตในชั้นเรียน จุดมุ่งหมายของการศึกษาในครั้งนี้เพื่อวาดรูปทรงเรขาคณิตในธรรมชาติของนักเรียนเกรด 9 และ เกรด 10 จำนวน 4 คน คำถามที่ใช้เป็นคำถามที่เกี่ยวกับเรขาคณิตในธรรมชาติสำหรับระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย จากการสังเกตวิธีการที่นักเรียนใช้โปรแกรม GSP และจากการปฏิบัติในกลุ่มย่อยมีวิธีการเก็บข้อมูลโดยการสังเกตการทำงานในกลุ่มย่อย การสังเกตในชั้นเรียน และการสัมภาษณ์นักเรียน การปฏิบัติงานของนักเรียนจะใช้การลงมือปฏิบัติบนกระดาษ และ จากคอมพิวเตอร์ในการทำงาน ผลการวิจัยพบว่า 1) การวาดรูป การวัด หรือการสำรวจของนักเรียนจะเกิดการผลัดกันและคำแนะนำจากครู 2) GSP เป็นเครื่องมือใหม่ของการเรียนรู้ทางเรขาคณิตนักเรียนใช้ GSP ในส่วนที่เพิ่มเติมจากกระดาษและปากกา 3) ในการสืบสวนสอบสวน

การใช้ GSP นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำต่างสามารถทำได้ดีแต่จะต้องมีขั้นตอนที่มากกว่า 4) นักเรียนสามารถตั้งข้อความคาดการณ์ตั้งแต่เริ่มใช้ GSP ในการสืบสวน สอบสวน นักเรียนจะมองหาจุดสำคัญที่ต้องค้นหาเพื่อสรุปข้อมูลบางส่วนของข้อสรุปนี้ นักเรียนจะมีการอธิบายถึงเครื่องมือ การคิด การมีปฏิสัมพันธ์ในกลุ่มย่อย ปัจจัยที่สนับสนุนการค้นพบของนักเรียนถึงบทบาทของ GSP การออกแบบการสืบสวนสอบสวน และธรรมชาติของการมีปฏิสัมพันธ์อย่างแท้จริง

Lester (1996, p. 2343 – A) ได้ศึกษาผลการสอนโดยใช้ GSP ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิตของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย รัฐแคลิฟอร์เนีย สหรัฐอเมริกา ในปี ค.ศ. 1996 ผลวิจัยให้กลุ่มทดลองเรียนโดยใช้ GSP ส่วนกลุ่มควบคุมเรียนตามปกติโดยใช้ไม้บรรทัด ดินสอ ไม้โปรแทรกเตอร์และ วงเวียน ผลการวิจัยพบว่า ค่าเฉลี่ยของผลการสอบหลังเรียนเกี่ยวกับการตั้งข้อความคาดการณ์ทางเรขาคณิตของกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุมที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .05

Groman (1996 – A) ได้ศึกษาการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ในการสอนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาของเมืองฮอลส์โบโร โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นโปรแกรมที่ใช้เป็นเครื่องมือในการสร้างรูปเรขาคณิตสองมิติและรูปเรขาคณิตสามมิติซึ่งนักเรียนส่วนใหญ่ที่ได้เรียนเรขาคณิตโดยผ่านโปรแกรม The Geometer's Sketchpad ทำให้นักเรียนมีเจตคติที่ดี นักเรียนเรียนรู้และสร้างความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเองครูลดบทบาทในการเป็นผู้บอกความรู้มาใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ในการผสมผสานความรู้ของรูปทรงเรขาคณิต สิ่งเหล่านี้ตรงกับความต้องการของนักเรียน ทำให้นักเรียนเรียนรู้ได้อย่างมีความสุข

Almeqdad (2000, pp. 163–169) ได้ศึกษาผลการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad ที่มีผลต่อความเข้าใจโมโนทัศน์ทางเรขาคณิตของนักเรียนในประเทศจอร์แดน กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนโรงเรียนสาธิต มหาวิทยาลัยลัยยาร์ แบ่งเป็นกลุ่มทดลองซึ่งสอนโดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad และกลุ่มควบคุมสอนแบบปกติ กลุ่มละ 1 ห้อง พบว่าความเข้าใจโมโนทัศน์ทางเรขาคณิตหลังเรียนของทดลองสูงกว่าก่อนเรียน และหลังเรียนสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

Jiang (2002, pp. 739–754) ได้ศึกษากระบวนการเรียนรู้ของครูที่ร่วมทดลอง 2 กลุ่มโดยการสำรวจปัญหาการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เรื่องรูปเรขาคณิตศึกษาผลกระทบในการใช้ซอฟต์แวร์ในการพัฒนาทักษะการให้เหตุผล

ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการพิสูจน์ การออกแบบการทดลองของครูได้ถูกออกแบบขึ้นและเตรียมเครื่องมือเพื่อใช้ในการค้นหาข้อพิสูจน์ เมื่อสอบถามผู้ร่วมศึกษาค้นคว้าพบว่า มีการพัฒนาลักษณะการเรียนรู้ใหม่ๆ คือ มีการสำรวจเหตุการณ์ที่เป็นปัญหา โดยใช้กระบวนการเรียนรู้ที่เริ่มจากการคาดการณ์และสืบสวน มีการใช้วิธีการสอนที่หลากหลายเพื่อนำไปสู่การพิสูจน์ โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นโปรแกรมการสอนที่ดีเยี่ยมและเป็นเครื่องมือที่ใช้ในการเรียนรู้ที่สามารถดึงความรู้และทักษะการใช้เหตุผลในการพิสูจน์ของนักเรียนได้อย่างดีเยี่ยม

Ling (2004, p. 1466-A) ได้ศึกษาเรื่อง การเสริมการเรียนรู้เรื่องภาคตัดกรวยด้วยเทคโนโลยี จุดมุ่งหมายของการวิจัยในครั้งนี้มี 2 ข้อ คือ เพื่อหาแนวทางการใช้เทคโนโลยีที่เพิ่มเติมการเรียนรู้ของนักเรียนในการเรียนเรื่องภาคตัดกรวยและเพื่อศึกษาทัศนคติของนักเรียนหลังใช้เทคโนโลยีในการศึกษา ได้แบ่งนักเรียนออกเป็น 3 กลุ่ม กลุ่มละ 11 คน ในการเรียนการสอนแต่ละกลุ่มมีผู้สอนคนเดียวกัน กลุ่มที่ 1 ใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ กลุ่มที่ 2 ใช้คอมพิวเตอร์ซอฟต์แวร์ กลุ่มที่ 3 เป็นกลุ่มควบคุมใช้ โปรแกรม GSP ผลการวิจัยพบว่า 2 กลุ่มที่ใช้เทคโนโลยีคะแนนที่ได้ไม่มีความแตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติและสูงกว่ากลุ่มควบคุมแต่ไม่มีนักเรียนคนใดที่ได้รับคะแนนต่ำลง ทัศนคติของกลุ่มควบคุมสูงกว่าทัศนคติของกลุ่มที่ใช้เทคโนโลยี 2 กลุ่ม อย่างไรก็ตามระดับนัยสำคัญทางสถิติ

จากเอกสารและงานวิจัยต่างๆ ทั้งในประเทศและต่างประเทศที่เกี่ยวข้อง พบว่าโปรแกรมเดอะจีโอมิเตอร์สเก็ตซ์แพด นั้นเป็นสื่อที่มีประโยชน์ช่วยให้นักเรียนเรียนอย่างเข้าใจ สามารถฝึกปฏิบัติด้วยตนเอง ทำให้ส่งผลต่อความคงทนในการเรียนรู้และมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้นด้วย ผู้วิจัยได้เล็งเห็นความสำคัญและประโยชน์ของการจัดการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรมเดอะจีโอมิเตอร์สเก็ตซ์แพด ซึ่งทำให้นักเรียนมีความรู้ความสามารถในการจดจำสิ่งที่เรียน สามารถเรียนรู้ได้ด้วยตนเอง ทำให้เกิดมโนทัศน์ทางเรขาคณิต นักเรียนสามารถเรียนรู้เรขาคณิตได้อย่างมีประสิทธิภาพ จากที่กล่าวมาผู้วิจัยจึงมีความสนใจที่จะพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โปรแกรมเดอะจีโอมิเตอร์สเก็ตซ์แพด เรื่อง การแปลงทางเรขาคณิต ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผลของการวิจัยในครั้งนี้จะนำไปใช้เป็นแนวทางในการจัดการเรียนการสอนให้บรรลุตามวัตถุประสงค์ที่วางไว้ต่อไป